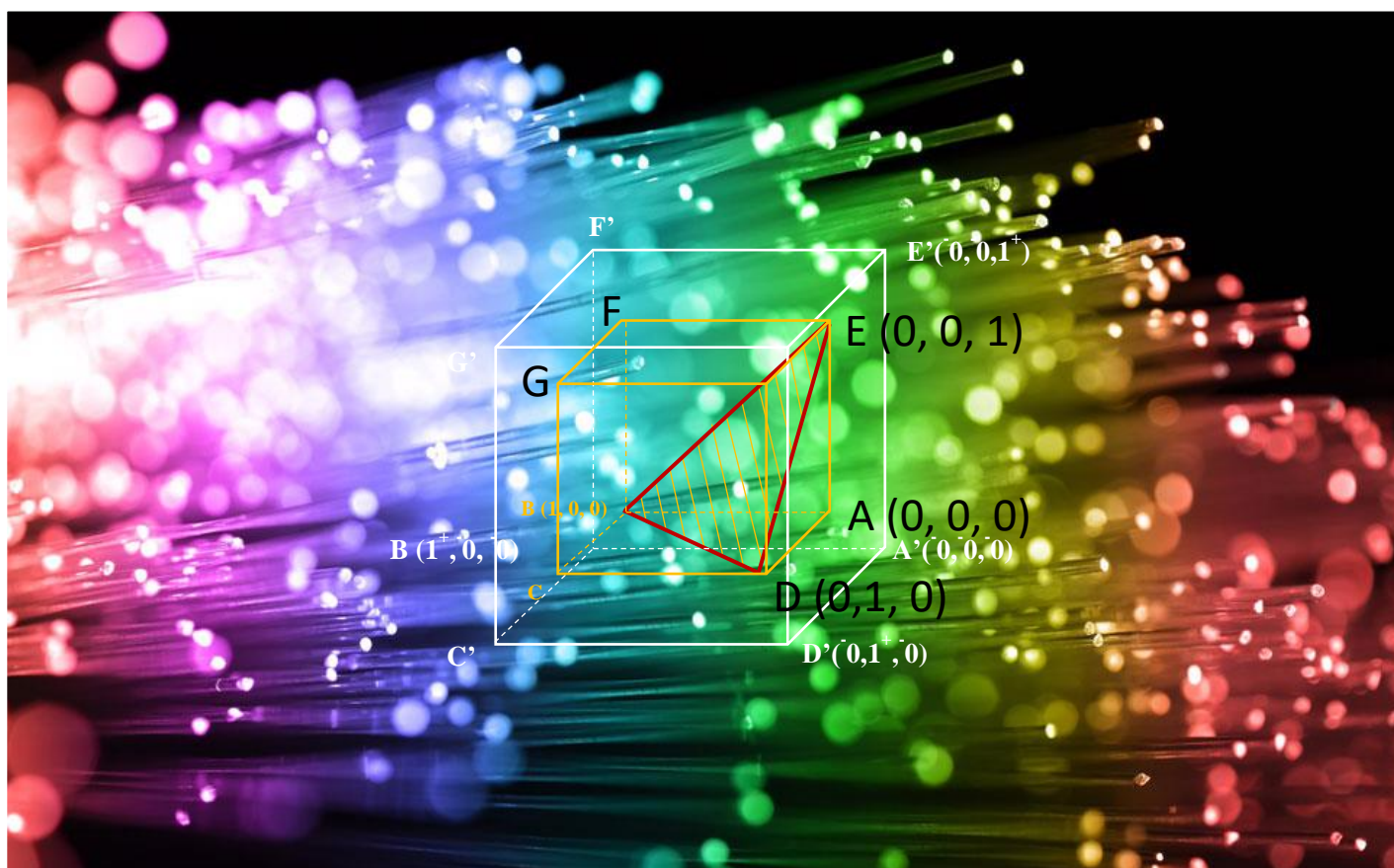




# NEUTROSOPHIC KNOWLEDGE

JOURNAL OF MODERN SCIENCE AND ARTS

**Volume 1, 2020**



**Editors-in-Chief**

**A. A. Salama, Florentin Smarandache, and  
Ibrahim Yasser**

ISSN 2767-0619 (Print)

ISSN 2767-0627 (Online)



Neutrosophic Science  
International Association (NSIA)

**Published by the UNIVERSITY OF NEW MEXICO, United States**



# **NEUTROSOPHIC KNOWLEDGE**

**JOURNAL OF MODERN SCIENCE AND ARTS**

**Editors-in-Chief**

**A. A. Salama, Florentin Smarandache,  
and Ibrahim Yasser**

ISSN 2767-0619 (Print)

ISSN 2767-0627 (Online)



# Neutrosophic Knowledge

**An international Journal concerned with publishing in all scientific and literary fields**

*Papers Published in Arabic and English*

## Copyright Notice

*Copyright @ Neutrosophics Knowledge*

All rights reserved. The authors of the articles do hereby grant Neutrosophic Knowledge non-exclusive, worldwide, royalty-free license to publish and distribute the articles in accordance with the Budapest Open Initiative: this means that electronic copying, distribution and printing of both full-size version of the journal and the individual papers published therein for non-commercial, academic or individual use can be made by any user without permission or charge. The authors of the articles published in Neutrosophic Knowledge retain their rights to use this journal as a whole or any part of it in any other publications and in any way they see fit. Any part of Neutrosophic Knowledge howsoever used in other publications must include an appropriate citation of this journal.

## Information for Authors and Subscribers

“Neutrosophics Knowledge” has been created for publications on advanced studies in neutrosophy, neutrosophic set, neutrosophic logic, neutrosophic probability, neutrosophic statistics that started in 1995 and their applications in any field, such as the neutrosophic structures developed in algebra, geometry, topology, etc.

The submitted papers should be professional, in good English and Arabic, containing a brief review of a problem and obtained results.

*Neutrosophy* is a new branch of philosophy that studies the origin, nature, and scope of neutralities, as well as their interactions with different ideational spectra.



This theory considers every notion or idea  $\langle A \rangle$  together with its opposite or negation  $\langle \text{anti}A \rangle$  and with their spectrum of neutralities  $\langle \text{neut}A \rangle$  in between them (i.e. notions or ideas supporting neither  $\langle A \rangle$  nor  $\langle \text{anti}A \rangle$ ). The  $\langle \text{neut}A \rangle$  and  $\langle \text{anti}A \rangle$  ideas together are referred to as  $\langle \text{non}A \rangle$ .

Neutrosophy is a generalization of Hegel's dialectics (the last one is based on  $\langle A \rangle$  and  $\langle \text{anti}A \rangle$  only).

According to this theory every idea  $\langle A \rangle$  tends to be neutralized and balanced by  $\langle \text{anti}A \rangle$  and  $\langle \text{non}A \rangle$  ideas - as a state of equilibrium.

In a classical way  $\langle A \rangle$ ,  $\langle \text{neut}A \rangle$ ,  $\langle \text{anti}A \rangle$  are disjoint two by two. But, since in many cases the borders between notions are vague, imprecise, Sorites, it is possible that  $\langle A \rangle$ ,  $\langle \text{neut}A \rangle$ ,  $\langle \text{anti}A \rangle$  (and  $\langle \text{non}A \rangle$  of course) have common parts two by two, or even all three of them as well.

*Neutrosophic Set* and *Neutrosophic Logic* are generalizations of the fuzzy set and respectively fuzzy logic (especially of intuitionistic fuzzy set and respectively intuitionistic fuzzy logic).

In neutrosophic logic a proposition has a degree of truth

( $T$ ), a degree of indeterminacy ( $I$ ), and a degree of falsity ( $F$ ), where  $T, I, F$  are standard or non-standard subsets of  $] -0, 1 + [$ .

*Neutrosophic Probability* is a generalization of the classical probability and imprecise probability.

*Neutrosophic Statistics* is a generalization of the classical statistics.

What distinguishes the neutrosophics from other fields is the  $\langle \text{neut}A \rangle$ , which means neither  $\langle A \rangle$  nor  $\langle \text{anti}A \rangle$ .

$\langle \text{neut}A \rangle$ , which of course depends on  $\langle A \rangle$ , can be indeterminacy, neutrality, tie game, unknown, contradiction, ignorance, imprecision, etc.

All submissions should be designed in MS Word format using our template file:

[http:// fs.unm.edu/NK/Nk-paper-template.doc](http://fs.unm.edu/NK/Nk-paper-template.doc).

A variety of scientific books in many languages can be downloaded freely from the Digital Library of Science:

[http:// fs.unm.edu/ScienceLibrary.htm](http://fs.unm.edu/ScienceLibrary.htm).

To submit a paper, mail the file to the Editor-in-Chief. To order printed issues, contact the Editor-in-Chief. This journal is non-commercial, academic edition. It is printed from private donations.

Information about the neutrosophics you get from the UNM website:

[http:// fs.unm.edu/neutrosophy.htm](http://fs.unm.edu/neutrosophy.htm).. The home page of the journal is accessed on <http://fs.unm.edu/NK>.





## Editors-in-Chief

**Prof. Dr. Ahmed A Salama**, Department of Mathematics and Computer Science, Faculty of Science, Port Said University, Egypt. [http://vixra.org/author/a\\_a\\_salama](http://vixra.org/author/a_a_salama)  
E-mail: [drsalama44@gmail.com](mailto:drsalama44@gmail.com), [ahmed\\_salama\\_2000@sci.psu.edu.eg](mailto:ahmed_salama_2000@sci.psu.edu.eg)

**Prof. Dr. Florentin Smarandache**, Postdoc, Department of Mathematics, University of New Mexico, Gallup, NM 87301, USA, Email: [smarand@unm.edu](mailto:smarand@unm.edu).

**Dr. Ibrahim Yasser**, Electronics and Communications Engineering Department, Faculty of Engineering, Mansoura University, Mansoura 35516, Egypt, E-mail: [ibrahim\\_yasser@mans.edu.eg](mailto:ibrahim_yasser@mans.edu.eg), [ibrahimyasser14@gmail.com](mailto:ibrahimyasser14@gmail.com).

## Associate Editors

Prof. José Carlos Brandão Tiago de Oliveira, Évora University, Portugal.  
[https://www.uevora.pt/conhecer/escolas\\_iifa\\_departamentos/ect/\(departamento\)/2399](https://www.uevora.pt/conhecer/escolas_iifa_departamentos/ect/(departamento)/2399)  
Centre of Philosophy of Sciences <http://cfcul.fc.ul.pt/equipa/joliveira.php>  
UNESCO Chair "Intangible Heritage"  
<http://www.catedra.uevora.pt/unesco/index.php/unesco/Investigacao/Collaborators/Jose-Carlos-Tiago-de-Oliveira>

Prof. Dr. Huda E. Khalid, Head of Scientific Affairs and Cultural Relations Department, Nineveh Province, Telafer University, Iraq, Neutrosophic Science International Association (NSIA)/ President of Iraqi Branch and Secretary of NSIA of the world,  
Email: [dr.huda-ismael@uotelafer.edu.iq](mailto:dr.huda-ismael@uotelafer.edu.iq), [hodaesmail@yahoo.com](mailto:hodaesmail@yahoo.com)  
<http://neutrosophicassociation.org/>

Dr. Rafif Alhabib, Department of Mathematical Statistics, Faculty of Science, Albaath University, Homs, Syria, Email: [rafif.alhabib85@gmail.com](mailto:rafif.alhabib85@gmail.com), [ralhabib@albaath-univ.edu.sy](mailto:ralhabib@albaath-univ.edu.sy)



## Editors

Said Broumi, Laboratory of Information Processing, Faculty of Science Ben M'Sik, University of Hassan II, Casablanca, Morocco, Email: s.broumi@flbenmsik.ma.  
 Saeid Jafari, College of Vestsjaelland South, Slagelse, Denmark, Email: jafaripersia@gmail.com.  
 Valeri Kroumov, Okayama University of Science, Okayama, Japan, Email: val@ee.ous.ac.jp  
 A. A. Agboola, Federal University of Agriculture, Abeokuta, Nigeria, Email: agboolaaaa@funaab.edu.ng.  
 Riad K. Al-Hamido, Math Department, College of Science, Al-Baath University, Homs, Syria, Email: riad-hamido1983@hotmail.com.  
 Faruk Karaaslan, Çankırı Karatekin University, Çankırı, Turkey, Email: fkaraaslan@karatekin.edu.tr  
 Yanhui Guo, University of Illinois at Springfield, OneUniversity Plaza, Springfield, IL 62703, United States, Email: yguo56@uis.edu  
 Abeer T. Khalil, Electrical Engineering Department, Benha Faculty of Engineering, Benha University, Egypt, Email: Abeer.Twakol@bhit.bu.edu.eg  
 Giorgio Nordo, MIFT - Department of Mathematical and Computer Science, Physical Sciences and Earth Sciences, Messina University, Italy, Email: giorgio.nordo@unime.it.  
 Le Hoang Son, VNU Univ. of Science, Vietnam National Univ. Hanoi, Vietnam, Email: sonlh@vnu.edu.vn.  
 Young Bae Jun, Gyeongsang National University, South Korea, Email: skywine@gmail.com.  
 Yo-Ping Huang, Department of Computer Science and Information, Engineering National Taipei University, New Taipei City, Taiwan, Email: yphuang@ntut.edu.tw.  
 Vakkas Ulucay, Kilis 7 Aralık University, Turkey, Email: vulucay27@gmail.com.  
 Peide Liu, Shandong University of Finance and Economics, China, Email: peide.liu@gmail.com.  
 Jun Ye, Department of Electrical and Information Engineering, Shaoxing University, 508 Huancheng West Road, Shaoxing 312000, China; Email: yejun@usx.edu.cn.  
 Memet Şahin, Department of Mathematics, Gaziantep University, Gaziantep 27310, Turkey, Email: mesahin@gantep.edu.tr

Fahmi Khalifa, Electronics and Communications Engineering Department, Faculty of Engineering, Mansoura University Mansoura, Egypt, Email: fahmikhaliifa@mans.edu.eg.  
 Elsayda Hamdy Nasr Abd Elhalim, Assistant professor of Maternity, Obstetrics & Gynecological Nursing - Port Said university – Egypt, E-mail: e.abdelhalim@psau.edu.sa.  
 Mutaz Mohammad, Department of Mathematics, Zayed University, Abu Dhabi 144534, United Arab Emirates. Email: Mutaz.Mohammad@zu.ac.ae. Abdullahi Mohamud Sharif, Department of Computer Science, University of Somalia, Makka Al-mukarrama Road, Mogadishu, Somalia, Email: abdullahi.shariif@uniso.edu.so.  
 NoohBany Muhammad, American University of Kuwait, Kuwait, Email: noohmuhammad12@gmail.com.  
 Soheyb Milles, Laboratory of Pure and Applied Mathematics, University of Msila, Algeria, Email: soheyb.milles@univ-msila.dz.  
 Pattathal Vijayakumar Arun, College of Science and Technology, Phuentsholing, Bhutan, Email: arunpv2601@gmail.com.  
 Endalkachew Teshome Ayele, Department of Mathematics, Arbaminch University, Arbaminch, Ethiopia, Email: endalkachewteshome83@yahoo.com.  
 Xindong Peng, School of Information Science and Engineering, Shaoguan University, Shaoguan 512005, China, Email: 952518336@qq.com.  
 Xiao-Zhi Gao, School of Computing, University of Eastern Finland, FI-70211 Kuopio, Finland, xiaozhi.gao@uef.fi.  
 Madad Khan, Comsats Institute of Information Technology, Abbottabad, Pakistan, Email: madadmath@yahoo.com.  
 Dmitri Rabounski and Larissa Borissova, independent researchers, Emails: rabounski@ptep-online.com, Selcuk Topal, Mathematics Department, Bitlis Eren University, Turkey, Email: s.topal@beu.edu.tr.  
 Muhammad Aslam & Mohammed Alshumrani, King Abdulaziz Univ., Jeddah, Saudi Arabia, Email: magmuhammad@kau.edu.sa.  
 Luu Quoc Dat, Univ. of Economics and Business,



Maikel Leyva-Vazquez, Universidad de Guayaquil, Ecuador, Email: mleyvaz@gmail.com.

Tula Carola Sanchez Garcia, Facultad de Educacion de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Peru, Email: tula.sanchez1@unmsm.edu.pe.

Tatiana Andrea Castillo Jaimes, Universidad de Chile, Departamento de Industria, Doctorado en Sistemas de Ingeniería, Santiago de Chile, Chile, Email: tatiana.a.castillo@gmail.com.

Muhammad Akram, University of the Punjab, New Campus, Lahore, Pakistan, Email: m.akram@pucit.edu.pk.

Irfan Deli, Muallim Rifat Faculty of Education, Kilis 7 Aralik University, Turkey, Email: irfandeli@kilis.edu.tr.

Ridvan Sahin, Department of Mathematics, Faculty of Science, Ataturk University, Erzurum 25240, Turkey, Email: mat.ridone@gmail.com.

Ibrahim M. Hezam, Department of computer, Faculty of Education, Ibb University, Ibb City, Yemen, Email: ibrahizam.math@gmail.com.

Aiyared Iampan, Department of Mathematics, School of Science, University of Phayao, Phayao 56000, Thailand, Email: aiyared.ia@up.ac.th.

Ameirys Betancourt-Vázquez, 1 Instituto Superior Politécnico de Tecnologías e Ciências (ISPTEC), Luanda, Angola, Email: ameirysbv@gmail.com.

Karina Pérez-Teruel, Universidad Abierta para Adultos (UAPA), Santiago de los Caballeros, República Dominicana, Email: karinapt@gmail.com.

Neilys González Benítez, Centro Meteorológico Pinar del Río, Cuba, Email: neilys71@nauta.cu.

Jesus Estupinan Ricardo, Centro de Estudios para la Calidad Educativa y la Investigación Cinética, Toluca, Mexico, Email: jestupinan2728@gmail.com.

Victor Christianto, Malang Institute of Agriculture (IPM), Malang, Indonesia, Email: victorchristianto@gmail.com.

Wadei Al-Omeri, Department of Mathematics, Al-Balqa Applied University, Salt 19117, Jordan, Email: wadeialomeri@bau.edu.jo.

Ganeshsree Selvachandran, UCSI University, Jalan Menara Gading, Kuala Lumpur, Malaysia, Email: Ganeshsree@ucsiuniversity.edu.my.

Ilanthenral Kandasamy, School of Computer Science and Engineering (SCOPE), Vellore Institute of Technology (VIT), Vellore 632014, Tamil Nadu, India, Email: ilanthenral.k@vit.ac.in

G. Srinivasa Rao, Department of Statistics, The University of Dodoma, Dodoma, PO. Box: 259, Tanzania, Email: gaddesrao@gmail.com.

Kul Hur, Wonkwang University, Iksan, Jeollabukdo,

South Korea, Email: kulhur@wonkwang.ac.kr.

Kemale Veliyeva & Sadi Bayramov, Department of Algebra and Geometry, Baku State University, 23 Z. Khalilov Str., AZ1148, Baku, Azerbaijan, Email: kemale2607@mail.ru, Email: baysadi@gmail.com.

Irma Makharadze & Taniel Khvedelidze, Ivane Javakhishvili Tbilisi State University, Faculty of Exact and Natural Sciences, Tbilisi, Georgia.

Inayatur Rehman, College of Arts and Applied Sciences, Dhofar University Salalah, Oman, Email: irehman@du.edu.om.

Riad K. Al-Hamido, Math Department, College of Science, Al-Baath University, Homs, Syria, Email: riadhamido1983@hotmail.com.

Faruk Karaaslan, Çankırı Karatekin University, Çankırı, Turkey, Email: fkaraaslan@karatekin.edu.tr.

Morrisson Kaunda Mutuku, School of Business, Kenyatta University, Kenya Surapati Pramanik, Department of Mathematics, Nandalal Ghosh B T College, India, Email: drspramanik@isns.org.in.

Suriana Alias, Universiti Teknologi MARA (UiTM) Kelantan, Campus Machang, 18500 Machang, Kelantan, Malaysia, Email: suria588@kelantan.uitm.edu.my.

Arsham Borumand Saeid, Dept. of Pure Mathematics, Faculty of Mathematics and Computer, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran, Email: arsham@uk.ac.ir.

V.V. Starovoytov, The State Scientific Institution «The United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus», Minsk, Belarus, Email: ValeryS@newman.bas-net.by.

E.E. Eldarova, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Republic of Kazakhstan, Email: Doctorphd\_eldarova@mail.ru.

Mohammad Hamidi, Department of Mathematics, Payame Noor University (PNU), Tehran, Iran. Email: m.hamidi@pnu.ac.ir.

Lemnaouar Zedam, Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and Informatics, University

Mohamed Boudiaf, M'sila, Algeria, Email:

l.zedam@gmail.com.

Vietnam National Univ., Hanoi, Vietnam, Email: datlq@vnu.edu.vn.



## Content

A. A. Salama, Florentin Smarandache, <b>Neutrosophic Local Function and Generated Neutrosophic Topology</b> .....	1
Shimaa Fathi, Hewayda ElGhawalby, and A.A. Salama, <b>On Neutrosophic Graph</b> .....	9
Malath F. Alaswad, <b>A Study of Neutrosophic Differential Equation by Using a Neutrosophic Thick Function</b> .....	14
Malath F. Alaswad , <b>A Study of a Neutrosophic Complex Numbers and Applications</b> .....	24
A. A. Salama, M.Elsayed Wahed, and Eman Yousif, <b>A Multi-objective Transportation Data Problems and their Based on Fuzzy Random Variables</b> .....	41
Hasan DADAS, Sibel DEMİRALP, <b>المجموعات اللينة النيتروسوفية</b> .....	54
التحليل النيتروسوفي لأهم المتغيرات المرتبطة بمشروعات تطوير المجري الملاحي لقناة السويس مجدى بدران , أحمد سلامة , أحمد شرف الدين, عصام أبو القاسم .....	58
أ.د / أحمد عبد الخالق سلامة , (دراسة تطبيقية) استخدام السلاسل الزمنية الفائية للتنبؤ الفايزي هبة إبراهيم محمد عشري, د. / محمود رياض محمود , أ.د / مرفت طلعت المحلاوي , .....	72



*Article*

# Neutrosophic Local Function and Generated Neutrosophic Topology

A. A. Salama<sup>1,\*</sup>, Florentin Smarandache<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Department of Mathematics and Computer Science, Faculty of Sciences, Port Said University, Egypt; drsalama44@gmail.com

<sup>2</sup> Department of Mathematics, University of New Mexico Gallup, NM, USA; smarand@unm.edu

\* Correspondence: [drsalama44@gmail.com](mailto:drsalama44@gmail.com)

Received: 10 September 2020; Accepted: 28 October 2020; Published: date

**Abstract:** In this paper we introduce the notion of ideals on neutrosophic set which is considered as a generalization of fuzzy and fuzzy intuitionistic ideals studies in [9,11], the important topological neutrosophic ideals has been given in [4]. The concept of neutrosophic local function is also introduced for a neutrosophic topological space. These concepts are discussed with a view to find new neutrosophic topology from the original one in [8]. The basic structure, especially a basis for such generated neutrosophic topologies and several relations between different topological neutrosophic ideals and neutrosophic topologies are also studied here. Possible application to GIS topology rules are touched upon.

**Keywords:** Neutrosophic Set; Intuitionistic Fuzzy Ideal; Fuzzy Ideal; Topological neutrosophic ideal; and Neutrosophic Topology.

## 1. Introduction

The neutrosophic set concept was introduced by Smarandache [12, 13]. In 2012 neutrosophic sets have been investigated by Hanafy and Salama at el [4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]. The fuzzy set was introduced by Zadeh [14] in 1965, where each element had a degree of membership. In 1983 the intuitionistic fuzzy set was introduced by K. Atanassov [1, 2, 3] as a generalization of fuzzy set, where besides the degree of membership and the degree of non- membership of each element. Salama at el [9] defined intuitionistic fuzzy ideal for a set and generalized the concept of fuzzy ideal concepts, first initiated by Sarker [10]. Neutrosophy has laid the foundation for a whole family of new mathematical theories generalizing both their classical and fuzzy counterparts. In this paper we will introduce the definitions of normal neutrosophic set, convex set, the concept of  $\alpha$ -cut and topological neutrosophic ideals, which can be discussed as generalization of fuzzy and fuzzy intuitionistic studies.

## 2. Terminologies

We recollect some relevant basic preliminaries, and in particular, the work of Smarandache in [12, 13], Hanafy and Salama at el. [4, 5, 6, 7, 8, 9, 10].

## 3. Topological Neutrosophic Ideals [4].

**Definition 3.1:** Let  $X$  is non-empty set and  $L$  a non-empty family of NSs. We will call  $L$  is a topological neutrosophic ideal (NL for short) on  $X$  if

- $A \in L$  and  $B \subseteq A \Rightarrow B \in L$  [heredity],
- $A \in L$  and  $B \in L \Rightarrow A \vee B \in L$  [Finite additivity].

A topological neutrosophic ideal  $L$  is called a  $\sigma$ -topological neutrosophic ideal if

$$\{A_j\}_{j \in N} \leq L, \text{ implies } \bigvee_{j \in J} A_j \in L \text{ (countable additivity).}$$

The smallest and largest topological neutrosophic ideals on a non-empty set  $X$  are  $\{0_N\}$  and  $N_S$  on  $X$ . Also,  $N.L_f$ ,  $N.L_c$  are denoting the topological neutrosophic ideals (NL for short) of neutrosophic subsets having finite and countable support of  $X$  respectively. Moreover, if  $A$  is a nonempty NS in  $X$ , then  $\{B \in N_S : B \subseteq A\}$  is an NL on  $X$ . This is called the principal NL of all NSs of denoted by  $NL \langle A \rangle$ .

**Remark 3.2.**

- If  $1_N \notin L$ , then  $L$  is called neutrosophic proper ideal.
- If  $1_N \in L$ , then  $L$  is called neutrosophic improper ideal.
- $0_N \in L$ .

**Example 3.3.**

Any Intuitionistic fuzzy ideal  $\ell$  on  $X$  in the sense of Salama is obviously and NL in the form  $L = \{A : A = \langle x, \mu_A, \sigma_A, \nu_A \rangle \in \ell\}$

**Example 3.4.**

Let  $X = \{a, b, c\}$   $A = \langle x, 0.2, 0.5, 0.6 \rangle$ ,  $B = \langle x, 0.5, 0.7, 0.8 \rangle$ , and  $D = \langle x, 0.5, 0.6, 0.8 \rangle$ , then the family  $L = \{0_N, A, B, D\}$  of NSs is an NL on  $X$ .

**Example 3.5**

Let  $X = \{a, b, c, d, e\}$  and  $A = \langle x, \mu_A, \sigma_A, \nu_A \rangle$  given by:

$x$	$\mu_A(x)$	$\sigma_A(x)$	$\nu_A(x)$
$a$	0.6	0.4	0.3
$b$	0.5	0.3	0.3
$c$	0.4	0.6	0.4
$d$	0.3	0.8	0.5
$e$	0.3	0.7	0.6

Then the family  $L = \{0_N, A\}$  is an NL on  $X$ .

**Definition.3.3:** Let  $L_1$  and  $L_2$  be two NL on  $X$ . Then  $L_2$  is said to be finer than  $L_1$  or  $L_1$  is coarser than  $L_2$  if  $L_1 \leq L_2$ . If also  $L_1 \neq L_2$ . Then  $L_2$  is said to be strictly finer than  $L_1$  or  $L_1$  is strictly coarser than  $L_2$ . Two NL said to be comparable, if one is finer than the other. The set of all NL on  $X$  is ordered by the relation  $L_1$  is coarser than  $L_2$  this relation is induced the inclusion in NSs. The next Proposition is considered as one of the useful result in this sequel, whose proof is clear.

**Proposition.3.1:** Let  $\{L_j : j \in J\}$  be any non - empty family of topological neutrosophic ideals on a set X. Then  $\bigcap_{j \in J} L_j$  and  $\bigcup_{j \in J} L_j$  are topological neutrosophic ideal on X, In fact L is the smallest upper bound of the set of the  $L_j$  in the ordered set of all topological neutrosophic ideals on X.

**Remark.3.2:** The topological neutrosophic ideal by the single neutrosophic set  $O_N$  is the smallest element of the ordered set of all topological neutrosophic ideals on X.

**Proposition.3.3:** A neutrosophic set A in topological neutrosophic ideal L on X is a base of L iff every member of L contained in A.

**Proof:** (Necessity) Suppose A is a base of L. Then clearly every member of L contained in A. (Sufficiency) Suppose the necessary condition holds. Then the set of neutrosophic subset in X contained in A coincides with L by the Definition 4.3.

**Proposition.3.4:** For a topological neutrosophic ideal L1 with base A, is finer than a fuzzy ideal L2 with base B iff every member of B contained in A.

*Proof: Immediate consequence of Definitions*

**Corollary.3.1:** Two topological neutrosophic ideals bases A, B, on X are equivalent iff every member of A, contained in B and via versa.

**Theorem.3.1:** Let  $\eta = \{\langle \mu_j, \sigma_j, \gamma_j \rangle : j \in J\}$  be a non empty collection of neutrosophic subsets of X. Then there exists a topological neutrosophic ideal  $L(\eta) = \{A \in \text{NSs} : A \subseteq \bigvee A_j\}$  on X for some finite collection  $\{A_j : j = 1, 2, \dots, n \subseteq \eta\}$ .

*Proof: Clear.*

**Remark.3.3:** The topological neutrosophic ideal  $L(\eta)$  defined above is said to be generated by  $\eta$  and  $\eta$  is called sub base of  $L(\eta)$ .

**Corollary.3.2:** Let L1 be an topological neutrosophic ideal on X and  $A \in \text{NSs}$ , then there is a topological neutrosophic ideal L2 which is finer than L1 and such that  $A \in L2$  if  $A \vee B \in L2$  for each  $B \in L1$ .

**Corollary.3.3:** Let  $A = \langle x, \mu_A, \sigma_A, \nu_A \rangle \in L_1$  and  $B = \langle x, \mu_B, \sigma_B, \nu_B \rangle \in L_2$ , where  $L_1$  and  $L_2$  are topological neutrosophic ideals on the set X. then the neutrosophic set  $A * B = \langle \mu_{A*B}(x), \sigma_{A*B}(x), \nu_{A*B}(x) \rangle \in L_1 \vee L_2$  on X where  $\mu_{A*B}(x) = \vee \{\mu_A(x) \wedge \mu_B(x) : x \in X\}$ ,  $\sigma_{A*B}(x)$  may be  $\vee \{\sigma_A(x) \wedge \sigma_B(x)\}$  or  $\wedge \{\sigma_A(x) \vee \sigma_B(x)\}$  and  $\nu_{A*B}(x) = \wedge \{\nu_A(x) \vee \nu_B(x) : x \in X\}$ .

#### 4. Neutrosophic local Functions

**Definition.4.1.** Let  $(X, \tau)$  be a neutrosophic topological spaces (NTS for short) and L be neutrosophic ideal (NL, for short) on X. Let A be any NS of X. Then the neutrosophic local function  $NA^*(L, \tau)$  of A is the union of all neutrosophic points( NP, for short)  $C(\alpha, \beta, \gamma)$  such that if  $U \in N(C(\alpha, \beta, \gamma))$  and  $NA^*(L, \tau) = \vee \{C(\alpha, \beta, \gamma) \in X : A \wedge U \notin L \text{ for every Unbd of } C(\alpha, \beta, \gamma)\}$ ,  $NA^*(L, \tau)$  is called a

neutrosophic local function of  $A$  with respect to  $\tau$  and  $L$  which it will be denoted by  $NA^*(L, \tau)$ , or simply  $NA^*(L)$ .

**Example 4.1.** One may easily verify that.

If  $L = \{0_N\}$ , then  $NA^*(L, \tau) = Ncl(A)$ , for any neutrosophic set  $A \in NSs$  on  $X$ .

If  $L = \{\text{all NSs on } X\}$  then  $NA^*(L, \tau) = 0_N$ , for any  $A \in NSs$  on  $X$ .

**Theorem 4.1.** Let  $(X, \tau)$  be a NTS and  $L_1, L_2$  be two topological neutrosophic ideals on  $X$ . Then for any neutrosophic sets  $A, B$  of  $X$ , then the following statements are verified

- i)  $A \subseteq B \Rightarrow NA^*(L, \tau) \subseteq NB^*(L, \tau)$ ,
- ii)  $L_1 \subseteq L_2 \Rightarrow NA^*(L_2, \tau) \subseteq NA^*(L_1, \tau)$ .
- iii)  $NA^* = Ncl(A^*) \subseteq Ncl(A)$ .
- iv)  $NA^{**} \subseteq NA^*$ .
- v)  $N(A \vee B)^* = NA^* \vee NB^*$ .
- vi)  $N(A \wedge B)^*(L) \leq NA^*(L) \wedge NB^*(L)$ .
- vii)  $\ell \in L \Rightarrow N(A \vee \ell)^* = NA^*$ .
- viii)  $NA^*(L, \tau)$  is neutrosophic closed set.

**Proof.**

i) Since  $A \subseteq B$ , let  $p = C(\alpha, \beta, \gamma) \in NA^*(L_1)$  then  $A \wedge U \notin L$  for every  $U \in N(p)$ . By hypothesis, we get  $B \wedge U \notin L$ , then  $p = C(\alpha, \beta, \gamma) \in NB^*(L_1)$ .

ii) Clearly.  $L_1 \subseteq L_2$  Implies  $NA^*(L_2, \tau) \subseteq NA^*(L_1, \tau)$  as there may be other IFSs which belong to  $L_2$  so that for GIFP  $p = C(\alpha, \beta, \gamma) \in NA^*$  but  $C(\alpha, \beta, \gamma)$  may not be contained in  $NA^*(L_2)$ .

iii) Since  $\{0_N\} \subseteq L$  for any NL on  $X$ , therefore by (ii) and Example 3.1,  $NA^*(L) \subseteq NA^*(\{0_N\}) = Ncl(A)$  for any NS  $A$  on  $X$ . Suppose  $p_1 = C_1(\alpha, \beta, \gamma) \in Ncl(NA^*(L_1))$ .

So for every  $U \in N(p_1)$ ,  $NA^* \wedge U \neq 0_N$ , there exists  $p_2 = C_2(\alpha, \beta) \in A^*(L_1) \wedge U$  such that for every  $V$  nbd of  $p_2 \in N(p_2)$ ,  $A \wedge U \notin L$ . Since  $U \wedge V \in N(p_2)$  then  $A \wedge (U \cap V) \notin L$  which leads to  $A \wedge U \notin L$ , for every  $U \in N(C(\alpha, \beta))$  therefore  $p_1 = C(\alpha, \beta) \in (A^*(L))$  and so  $Ncl(NA^*) \subseteq NA^*$ . While, the other inclusion follows directly. Hence  $NA^* = Ncl(NA^*)$ . But the inequality  $NA^* \leq Ncl(NA^*)$ .

iv) The inclusion  $NA^* \vee NB^* \leq N(A \vee B)^*$  follows directly by (i). To show the other implication, let  $p = C(\alpha, \beta, \gamma) \in N(A \vee B)^*$  then for every  $U \in N(p)$ ,  $(A \vee B) \wedge U \notin L$ , i.e.,  $(A \wedge U) \vee (B \wedge U) \notin L$ . then, we have two cases  $A \wedge U \notin L$  and  $B \wedge U \in L$  or the converse, this means that exist  $U_1, U_2 \in N(C(\alpha, \beta, \gamma))$  such that  $A \wedge U_1 \notin L$ ,  $B \wedge U_1 \notin L$ ,  $A \wedge U_2 \notin L$  and  $B \wedge U_2 \notin L$ . Then  $A \wedge (U_1 \wedge U_2) \in L$  and  $B \wedge (U_1 \wedge U_2) \in L$  this gives  $(A \vee B) \wedge (U_1 \wedge U_2) \in L$ ,  $U_1 \wedge U_2 \in N(C(\alpha, \beta, \gamma))$  which contradicts the hypothesis. Hence the equality holds in various cases.

v) By (iii), we have  $NA^* = Ncl(NA^*)^* \leq Ncl(NA^*) = NA^*$  let  $(X, \tau)$  be a GIFTS and  $L$  be GIFL on  $X$ . Let us define the neutrosophic closure operator  $cl^*(A) = A \cup A^*$  for any GIFS  $A$  of  $X$ . Clearly, let  $Ncl^*(A)$  is a neutrosophic operator. Let  $N\tau^*(L)$  be NT generated by  $Ncl^*$  i.e.  $N\tau^*(L) = \{A : Ncl^*(A^c) = A^c\}$ .  
 Now  $L = \{O_N\} \Rightarrow Ncl^*(A) = A \cup NA^* = A \cup Ncl(A)$  for every neutrosophic set  $A$ . So,  $N\tau^*(\{O_N\}) = \tau$ . Again  $L = \{all \text{ NSs on } X\} \Rightarrow Ncl^*(A) = A$ , because  $NA^* = O_N$ , for every neutrosophic set  $A$  so  $N\tau^*(L)$  is the neutrosophic discrete topology on  $X$ . So we can conclude by Theorem 4.1.(ii).  $N\tau^*(\{O_N\}) = N\tau^*(L)$   
 i.e.  $N\tau \subseteq N\tau^*$ , for any neutrosophic ideal  $L_1$  on  $X$ . In particular, we have for two topological neutrosophic ideals  $L_1$ , and  $L_2$  on  $X$ ,  $L_1 \subseteq L_2 \Rightarrow N\tau^*(L_1) \subseteq N\tau^*(L_2)$ .

**Theorem.4.2.** Let  $\tau_1, \tau_2$  be two neutrosophic topologies on  $X$ . Then for any topological neutrosophic ideal  $L$  on  $X$ ,  $\tau_1 \leq \tau_2$  implies  $NA^*(L, \tau_2) \subseteq NA^*(L, \tau_1)$ , for every  $A \in L$  then  $N\tau_1^* \subseteq N\tau_2^*$

**Proof.** Clear.

A basis  $N\beta(L, \tau)$  for  $N\tau^*(L)$  can be described as follows:

$N\beta(L, \tau) = \{A - B : A \in \tau, B \in L\}$  Then we have the following theorem

**Theorem 4.3.**  $N\beta(L, \tau) = \{A - B : A \in \tau, B \in L\}$  Forms a basis for the generated NT of the NT  $(X, \tau)$  with topological neutrosophic ideal  $L$  on  $X$ .

**Proof.** Straight forward. The relationship between  $\tau$  and  $N\tau^*(L)$  established throughout the following result which have an immediately proof.

**Theorem 4.4.** Let  $\tau_1, \tau_2$  be two neutrosophic topologies on  $X$ . Then for any topological neutrosophic ideal  $L$  on  $X$ ,  $\tau_1 \subseteq \tau_2$  implies  $N\tau_1^* \subseteq N\tau_2^*$ .

**Theorem 4.5:** Let  $(X, \tau)$  be a NTS and  $L_1, L_2$  be two neutrosophic ideals on  $X$ . Then for any neutrosophic set  $A$  in  $X$ , we have

$$i) NA^*(L_1 \vee L_2, \tau) = NA^*(L_1, N\tau^*(L_1)) \wedge NA^*(L_2, N\tau^*(L_2))$$

$$ii) N\tau^*(L_1 \vee L_2) = (N\tau^*(L_1))^*(L_2) \wedge N(\tau^*(L_2))^*(L_1)$$

**Proof** Let  $p = C(\alpha, \beta) \notin (L_1 \vee L_2, \tau)$ , this means that there exists  $U_p \in N(P)$  such that  $A \wedge U_p \in (L_1 \vee L_2)$  i.e. There exists  $\ell_1 \in L_1$  and  $\ell_2 \in L_2$  such that  $A \wedge U_p \in (\ell_1 \vee \ell_2)$  because of the heredity of  $L_1$ , and assuming  $\ell_1 \wedge \ell_2 = O_N$ . Thus we have  $(A \wedge U_p) - \ell_1 = \ell_2$  and  $(A \wedge U_p) - \ell_2 = \ell_1$  therefore  $(U_p - \ell_1) \wedge A = \ell_2 \in L_2$  and  $(U_p - \ell_2) \wedge A = \ell_1 \in L_1$ . Hence  $p = C(\alpha, \beta, \gamma) \notin NA^*(L_2, N\tau^*(L_1))$  or  $p = C(\alpha, \beta, \gamma) \notin NA^*(L_1, N\tau^*(L_2))$  because  $p$  must belong to either  $\ell_1$  or  $\ell_2$  but not to both. This gives  $NA^*(L_1 \vee L_2, \tau) \geq NA^*(L_1, N\tau^*(L_1)) \wedge NA^*(L_2, N\tau^*(L_2))$ . To show the second inclusion, let us assume  $p = C(\alpha, \beta, \gamma) \notin NA^*(L_1, N\tau^*(L_2))$ . This implies that there exist  $U_p \in N(P)$  and  $\ell_2 \in L_2$  such that  $(U_p - \ell_2) \wedge A \in L_1$ . By the heredity of  $L_2$ , if we assume that  $\ell_2 \leq A$  and define  $\ell_1 = (U_p - \ell_2) \wedge A$ . Then we have  $A \wedge U_p \in (\ell_1 \vee \ell_2) \in L_1 \vee L_2$ . Thus,  $NA^*(L_1 \vee L_2, \tau) \leq NA^*(L_1, \tau^*(L_1)) \wedge NA^*(L_2, N\tau^*(L_2))$  and similarly, we can get  $A^*(L_1 \vee L_2, \tau) \leq A^*(L_2, \tau^*(L_1))$ . This gives the other inclusion, which complete the proof.

**Corollary 4.1.** Let  $(X, \tau)$  be a NTS with topological neutrosophic ideal  $L$  on  $X$ . Then



$$i) \quad NA^*(L, \tau) = NA^*(L, \tau^*) \text{ and } N\tau^*(L) = N(N\tau^*(L))^*(L) \quad .$$

$$ii) \quad N\tau^*(L_1 \vee L_2) = (N\tau^*(L_1)) \vee (N\tau^*(L_2))$$

**Proof.** Follows by applying the previous statement.

## References

1. K. Atanassov, intuitionistic fuzzy sets, in V.Sgurev, ed., VII ITRKS Session, Sofia (June 1983 central Sci. and Techn. Library, Bulg. Academy of Sciences (1984).
2. K. Atanassov, intuitionistic fuzzy sets, Fuzzy Sets and Systems 20, 87-96,(1986).
3. K. Atanassov, Review and new result on intuitionistic fuzzy sets, preprint IM-MFAIS-1-88, Sofia, (1988).
4. S. A. Albowi, A. A. Salama & Mohamed Eisa, New Concepts of Neutrosophic Sets, International Journal of Mathematics and Computer Applications Research (IJMCAR), Vol. 3, Issue 4, Oct 2013, 95-102.(2013).
5. I. Hanafy, A.A. Salama and K. Mahfouz, Correlation of neutrosophic Data, International Refereed Journal of Engineering and Science (IRJES) , Vol.(1), Issue 2 PP.39-43.(2012)
6. I.M. Hanafy, A.A. Salama and K.M. Mahfouz,, " Neutrosophic Classical Events and Its Probability" International Journal of Mathematics and Computer Applications Research(IJMCAR) Vol.(3),Issue 1,Mar 2013, pp171-178.(2013)
7. A.A. Salama and S.A. Alblowi, "Generalized Neutrosophic Set and Generalized Neutrosophic Topological Spaces ", Journal computer Sci. Engineering, Vol. (2) No. (7) (2012).
8. A.A. Salama and S.A. Alblowi, Neutrosophic set and neutrosophic topological space, ISORJ. Mathematics, Vol.(3), Issue(4), pp-31-35.( 2012)
9. A.A. Salama and S.A. Alblowi, Intuitionistic Fuzzy Ideals Topological Spaces, Advances in Fuzzy Mathematics , Vol.(7), Number 1, pp. 51- 60, (2012).
10. A.A. Salama, and H.Elagamy, "Neutrosophic Filters" International Journal of Computer Science Engineering and Information Technology Research (IJCSEITR), Vol.3, Issue(1),Mar 2013, pp 307-312.(2013)
11. Debasis Sarker, Fuzzy ideal theory, Fuzzy local function and generated fuzzy topology, Fuzzy Sets and Systems 87, 117 – 123. (1997)
12. Florentin Smarandache, Neutrosophy and Neutrosophic Logic , First International Conference on Neutrosophy , Neutrosophic Logic , Set, Probability, and Statistics University of New Mexico, Gallup, NM 87301, USA(2002).
13. F. Smarandache. A Unifying Field in Logics: Neutrosophic Logic. Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability. American Research Press, Rehoboth, NM, (1999).
14. L.A. Zadeh, Fuzzy Sets, Inform and Control 8, 338-353,(1965).

*Article***On Neutrosophic Graph****Shimaa Fathi <sup>1,\*</sup>, Hewayda ElGhawalby <sup>2</sup> and A.A. Salama <sup>3</sup>**

<sup>1,2</sup> Physics and Engineering Mathematics Department, Faculty of Engineering, Port Said University Egypt;  
hewayda2011@eng.psu.edu.eg

<sup>3</sup> Department of Mathematics and Computer Science, Port Said University, Egypt; drsalama44@gmail.com

\* Correspondence: Shaimaa\_f\_a@eng.psu.edu.eg.

*Received:* 10 September 2020; *Accepted:* 28 October 2020; *Published:* date

**Abstract:** This paper is devoted for presenting new neutrosophic similarity measures between neutrosophic graphs. We propose two ways to determine the neutrosophic distance between neutrosophic vertex graphs. The two neutrosophic distances are based on the Hausdorff distance, and a robust modified variant of the Hausdorff distance, moreover we show that they both satisfy the metric distance measure axioms. Furthermore, a similarity measure between neutrosophic edge graphs, that is based on a probabilistic variant of Hausdorff distance, is introduced. The aim is to use those measures for the purpose of matching neutrosophic graphs whose structure can be described in the neutrosophic domain.

**Keywords:** Neutrosophic Graphs, Hausdorff Distance, Graph Matching.

**1. Introduction**

Graphs are essential for encoding information, which may serve in several fields ranging from computational biology to computer vision. The notion of graph theory was first introduced by Euler in 1736, given a graph where vertices and edges represent pairwise interactions between entities [2, 5]. The past years have witnessed a high development in the areas of the applications of graphs of pattern recognition and computer vision, where graphs are the most powerful and handy tool used in representing both objects and concepts. The invariance properties, as well as the fact that graphs are well suited to model objects in terms of parts and their relations, make them very attractive for various applications. Hence, the theory of graph became an extremely useful tool for solving combinatorial problems in different areas such as geometry, algebra, number theory, topology, operations research, optimization and computer science [1]. In 1975, a fuzzy graph theory as a generalization of Euler's graph theory was introduced by Rosenfeld [7], based on the concepts of fuzzy set theory proposed by Zadeh in 1965 [19].

In a world full of indeterminacy, traditional crisp set with its boundaries of truth and false has not infused itself with the ability of reflecting the reality. Therefore, neutrosophic found its place into contemporary research as an alternative representation of the real world. Established by Florentin Smarandache [16], Neutrosophy was presented as the study of "the origin, nature, and scope of neutralities, as well as their interactions with different ideational spectra". The main idea was to consider an entity "A" in relation to its opposite "Non-A", and to that which is neither "A" nor "Non-A", denoted by "Neut-A". From then on, Neutrosophy became the basis of Neutrosophic Logic, Neutrosophic Probability, Neutrosophic Set Theory, and Neutrosophic Statistics. According to this theory every idea "A" tends to be neutralized and balanced by "neut-A" and "non-A" ideas - as

a state of equilibrium. In a classical way "A", "neut-A", "anti-A" are disjoint two by two. But, since in many cases the borders between notions are vague, imprecise or sorties, it is possible that "A", "neut-A" and "anti-A" have common parts two by two, or even all three of them as well. In [16, 17], Smarandache introduced the fundamental concepts of neutrosophic set, that had led Salama and Smarandache [15], to provide a mathematical treatment for the neutrosophic phenomena which already existed in our real world. Moreover the work of Salama and Smarandache[15,16,17] formed a starting point to construct new branches of neutrosophic mathematics. Hence, Neutrosophic set theory turned out to be a generalization of both the classical and fuzzy counterparts.

In [6,11,12,13], the authors gave a new dimension for the graph theory using the concept of neutrosophy, some study for different types of neutrosophic graphs were presented and some of their properties were investigated. The aim of this paper is to compute the dissimilarity between two graphs, our methodology is based on the Hausdorff distance, which is invariant to rotation. Whereas several neutrosophic distances were introduced in [4, 14], the authors constructed the neutrosophic distance between neutrosophic sets. The remaining of the paper is structured as follows: definitions of neutrosophic sets and graphs are presented in §2 and §3. Whereas, §4 introduces the idea behind the Hausdorff distance between two crisp sets. In §5.2 and §5.3, we propose two new neutrosophic dissimilarity measures between neutrosophic vertex graphs based on the classical and the modified Hausdorff distances. Furthermore, we investigate the metric axioms for the obtained distances. A neutrosophic similarity measure between neutrosophic edge graphs, based on a probabilistic variant of Hausdorff distance, is introduced in §5.3.

## 2. Neutrosophic Sets

Let  $X$  be a space of points (objects), with a generic element in  $X$  denoted by  $x$ , a neutrosophic set  $A$  in  $X$  is characterized by a truth-membership function  $T$ , a indeterminacy-membership function  $I$  and a falsity-membership function  $F$  [15, 18], That is:  $T, I, F: x \rightarrow ]-0, 1+[$ .

Where  $T(x)$ ,  $I(x)$  and  $F(x)$  are real standard or non-standard subsets of  $] -0, 1+[$ .

In general if there is no restriction on the sum of  $T(x)$ ,  $I(x)$  and  $F(x)$ , so  $0^- \leq T(x) + I(x) + F(x) \leq 3^+$ .  $T, I, F$  are called neutrosophic components. In this paper we will restrict our work to use the standard unit interval  $[0, 1]$ .

## 3. Neutrosophic Graphs

In [6], the authors defined the neutrosophic graph, to be a graph  $G < V, E >$  combined with six mappings, written in the form  $G_N = < V, E, T_e, I_e, F_e, T_v, I_v, F_v >$ , where

$T_v: V \rightarrow [0,1]$ ,  $I_v: V \rightarrow [0,1]$ ,  $F_v: V \rightarrow [0,1]$  denoting the degree of membership, degree of indeterminacy and non-membership of the element  $v_i \in V$  respectively and  $0 \leq T_v(v_i) + I_v(v_i) + F_v(v_i) \leq 3$  for every  $v_i \in V$ , ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), and

$T_e: V \times V \rightarrow [0,1]$ ,  $I_e: V \times V \rightarrow [0,1]$  and  $F_e: V \times V \rightarrow [0,1]$  are such that  $T_e(v_i, v_j) \leq \min(T_v(v_i), T_v(v_j))$ ,  $I_e(v_i, v_j) \leq \min(I_v(v_i), I_v(v_j))$  and  $F_e(v_i, v_j) \leq \min(F_v(v_i), F_v(v_j))$  and  $0 \leq T_e(v_i, v_j) + I_e(v_i, v_j) + F_e(v_i, v_j) \leq 3$  for every  $(v_i, v_j) \in E$  ( $i, j = 1, 2, 3, \dots, n$ ).

The concept of neutrosophic graph was used by several authors; nevertheless they took different points of view when describing the interpretation of graph neutrosophy. We constructed the following structure depending on the one given in [6, 12].

### 3.1. Neutrosophic Edge Graphs

A neutrosophic graph is defined as a graph combined with three mappings, written as  $G = (V, E, T_e, I_e, F_e)$ , where  $T_e: V \times V \rightarrow [0,1]$ ,  $I_e: V \times V \rightarrow [0,1]$  and  $F_e: V \times V \rightarrow [0,1]$  are such that  $T_e(v_i, v_j) \leq \min(T_v(v_i), T_v(v_j))$ ,  $I_e(v_i, v_j) \leq \min(I_v(v_i), I_v(v_j))$  and  $F_e(v_i, v_j) \leq \min(F_v(v_i), F_v(v_j))$  and  $0 \leq T_e(v_i, v_j) + I_e(v_i, v_j) + F_e(v_i, v_j) \leq 3$  for every  $(v_i, v_j) \in E$  ( $i, j = 1, 2, 3, \dots, n$ ).



### 3.2. Neutrosophic Vertex Graphs

The term neutrosophic vertex graph was used to define a graph of the form:

$G = (V, E, T_v, I_v, F_v)$  combined with three mappings, written as  $T_v: V \rightarrow [0,1]$ ,  $I_v: V \rightarrow [0,1]$ ,  $F_v: V \rightarrow [0,1]$  denoting the degree of membership, degree of indeterminacy and non-membership of the element  $v_i \in V$  respectively and  $0 \leq T_v(v_i) + I_v(v_i) + F_v(v_i) \leq 3$  for every  $v_i \in V$ , ( $i = 1, 2, \dots, n$ ).

### 4. Hausdorff distance

Since first introduced by Hausdorff in 1914 [8], the Hausdorff distance has been used in several areas including matching and recognition problems. It provides a means of computing the distance between sets of unordered observations when the correspondences between the individual items are unknown. In its most general setting, the Hausdorff distance measures how far two subsets of a metric space are from each other. It turns the set of non-empty compact subsets of a metric space into a metric space in its own right. Given two such sets, the closest point in the second set for each point in the first set is considered. Hence, the Hausdorff distance is the maximum over all these values. More formally, the classical Hausdorff distance (H D) [4, 10], between two finite point sets A and B is given by:

$$H(A,B) = \max(h(A,B), h(B,A))$$

Where the directed Hausdorff distance from A to B is defined to be:

$$h(A,B) = \max_{a \in A} \min_{b \in B} \|a - b\|$$

And  $\| \cdot \|$  is some underlying norm on the points of A and B (e.g., the  $L_2$  or Euclidean norm). Regardless of the norm, the Hausdorff metric captures the notion of the worst match between two objects. The computed value is the largest distance between a point in one set and a point in the other one. Several variants of the Hausdorff distance have been proposed as alternatives to the maximum of the minimum approach in the classical one, like Hausdorff fraction, Hausdorff quintile [10] and Spatially Coherent Matching [3].

A robust modified Hausdorff distance (MHD) based on the average distance value instead of the maximum value was proposed by Dubuisson and Jain [7], in this sense they defined the directed distance of the MHD as:

$$MH(A,B) = \frac{1}{N_A} \sum_{a \in A} \min_{b \in B} \|a - b\|$$

### 5. Neutrosophic Graph Similarity Measures

In this section, we introduce neutrosophic graph similarity measures, based on the concept of Hausdorff distance and some of its variants.

Firstly, we propose two new neutrosophic dissimilarity measures based on the classical and the modified Hausdorff distances [4, 6, 14]. Basically the neutrosophic dissimilarity measure is a triple: the first part is a dissimilarity measure of the true value of the neutrosophic object, the second part is a dissimilarity measure of the indeterminate value of the neutrosophic object, and the third part is a dissimilarity measure of the false value of the neutrosophic object; that is the opposite of the neutrosophic object. Secondly, we propose a new neutrosophic similarity measure based on the probabilistic Hausdorff distance [9]. With a similar structure, the neutrosophic similarity measure is also a triple as the explained in the neutrosophic dissimilarity measure. Obviously, if the indeterminate part does not exist (its measure is zero) and if the measure of the opposite object is ignored the suggested neutrosophic dissimilarity measure is reduced to the concept of Hausdorff distance in the fuzzy sense.



### 5.1 Neutrosophic Hausdorff Distance

To commence, we consider two neutrosophic vertex graphs

$G_1 = (V_1, E_1, T_{v1}, I_{v1}, F_{v1})$  and  $G_2 = (V_2, E_2, T_{v2}, I_{v2}, F_{v2})$ , where  $V_i, i = 1, 2$  are the sets of nodes,  $E_i$ , where  $i = 1, 2$  are the sets of edges and  $T_{vi}, I_{vi}, F_{vi}$ , where  $i = 1, 2$  are the matrices whose elements are the true, indeterminate and false values defined for each element of  $V_i, i = 1, 2$ , respectively. We can now write the distances between the two neutrosophic vertex graphs  $G_1, G_2$  as follows:

$$NGD(G_1, G_2) = (T_{NGD}(G_1, G_2), I_{NGD}(G_1, G_2), F_{NGD}(G_1, G_2))$$

Where,

$$T_{NGD}(G_1, G_2) = \max(T_{NGd}(G_1, G_2), T_{NGd}(G_2, G_1))$$

$$I_{NGD}(G_1, G_2) = \max(I_{NGd}(G_1, G_2), I_{NGd}(G_2, G_1))$$

$$F_{NGD}(G_1, G_2) = \max(F_{NGd}(G_1, G_2), F_{NGd}(G_2, G_1))$$

And

$$T_{NGd}(G_1, G_2) = \max_{i \in V_1} \max_{j \in V_1} \min_{l \in V_2} \min_{j \in V_2} \|T_{v_2}(I, J) - T_{v_1}(i, j)\|$$

$$I_{NGd}(G_1, G_2) = \max_{i \in V_1} \max_{j \in V_1} \frac{1}{|V_2| \times |V_2|} \sum_{l \in V_2} \sum_{j \in V_2} \|I_{v_2}(I, J) - I_{v_1}(i, j)\|$$

$$F_{NGd}(G_1, G_2) = \min_{i \in V_1} \min_{j \in V_1} \max_{l \in V_2} \max_{j \in V_2} \|F_{v_2}(I, J) - F_{v_1}(i, j)\|$$

$NGd(G_2, G_1)$  can be computed in a similar way.

**Proposition 1:** The Neutrosophic vertex graph distance NGD satisfies the metric distance measure axioms:

A1) (Symmetry):  $NGD(G_1, G_2) = NGD(G_2, G_1)$ ,

A2) (Non-negativity):  $NGD(G_1, G_2) \geq 0$ ,

A3) (Coincidence): if  $NGD(G_1, G_2) = 0$  then  $G_1 = G_2$ ,

A4) (Triangle Inequality): for any three neutrosophic vertex graphs  $G_1, G_2$  and  $G_3$  we have:  $NGD(G_1, G_2) \leq NGD(G_1, G_2) + NGD(G_2, G_3)$ .

**Poof:** A1 and A2 can easily be proven.

A3): When  $NGD(G_1, G_2) = (T_{NGD}(G_1, G_2), I_{NGD}(G_1, G_2), F_{NGD}(G_1, G_2)) = (0, 0, 0)$ , that is every component of the triple which is the maximum of two positive values is zero, the values of  $T_{NGd}(G_i, G_j), I_{NGd}(G_i, G_j)$  and  $F_{NGd}(G_i, G_j)$  for  $i, j = 1, 2$  are all zeros. Namely the maximum distance among the nearest nodes in both  $G_1, G_2$  is zero. That means that the distance between each element of  $V_1$  and its nearest element in the set  $V_2$  is zero. That is each element in  $V_1$  coincides with an element in  $V_2$  and vice versa; hence  $V_1 = V_2$ .

A4): Consider any three neutrosophic graphs  $G_1 = (V_1, E_1, T_1, I_1, F_1)$

$G_2 = (V_2, E_2, T_2, I_2, F_2)$  and  $G_3 = (V_3, E_3, T_3, I_3, F_3)$ .

For any

$i_k, j_k \in V_k, k = 1, 2, 3$ , we can easily see that:

$$\|T_3(i_3, j_3) - T_1(i_1, j_1)\| \leq \|T_3(i_3, j_3) - T_2(i_2, j_2)\| + \|T_2(i_2, j_2) - T_1(i_1, j_1)\|$$

where the values  $T_K(i_K, j_K), K=1, 2, 3$  lie in the interval  $[0, 1]$ . Consequently, one can show that:

$$\begin{aligned} & \max_{i_1 \in V_1} \max_{j_1 \in V_1} \min_{i_3 \in V_3} \min_{j_3 \in V_3} \|T_3(i_3, j_3) - T_1(i_1, j_1)\| \\ & \leq \max_{i_2 \in V_2} \max_{j_2 \in V_2} \min_{i_3 \in V_3} \min_{j_3 \in V_3} \|T_3(i_3, j_3) - T_2(i_2, j_2)\| \\ & + \max_{i_1 \in V_1} \max_{j_1 \in V_1} \min_{i_2 \in V_2} \min_{j_2 \in V_2} \|T_2(i_2, j_2) - T_1(i_1, j_1)\| \end{aligned}$$

That is:  $T_{NGd}(G_1, G_3) \leq T_{NGd}(G_2, G_3) + T_{NGd}(G_1, G_2)$  and similarly  $T_{NGd}(G_3, G_1) \leq T_{NGd}(G_3, G_2) + T_{NGd}(G_2, G_1)$

Hence,  $\max(T_{NGd}(G_1, G_3), T_{NGd}(G_3, G_1)) \leq \max(T_{NGd}(G_2, G_3), T_{NGd}(G_3, G_2)) + \max(T_{NGd}(G_1, G_2), T_{NGd}(G_2, G_1))$ . Then,  $T_{NGD}(G_1, G_3) \leq T_{NGD}(G_1, G_2) + T_{NGD}(G_2, G_3)$ .

The same procedure goes for both  $I_{NGD}$  and  $F_{NGD}$ . That leads to  

$$NGD(G_1, G_3) \leq NGD(G_1, G_2) + NGD(G_2, G_3).$$

### 5.2 Modified Neutrosophic Hausdorff Distance

Consider two neutrosophic vertex graphs  $G_1 = (V_1, E_1, T_{v1}, I_{v1}, F_{v1})$  and  $G_2 = (V_2, E_2, T_{v2}, I_{v2}, F_{v2})$ , where  $V_i, i = 1, 2$  are the sets of nodes,  $E_i$ , where  $i = 1, 2$  are the sets of edges and  $T_{vi}, I_{vi}, F_{vi}$ , where  $i = 1, 2$  are the matrices whose elements are the true, indeterminate and false values defined for each element of  $V_i, i = 1, 2$ , respectively. We can now write the distances between the two neutrosophic vertex graphs  $G_1, G_2$  as follows:

$$MNGD(G_1, G_2) = (T_{MNGD}(G_1, G_2), I_{MNGD}(G_1, G_2), F_{MNGD}(G_1, G_2))$$

Where,

$$T_{MNGD}(G_1, G_2) = \max(T_{MNGd}(G_1, G_2), T_{MNGd}(G_2, G_1))$$

$$I_{MNGD}(G_1, G_2) = \max(I_{MNGd}(G_1, G_2), I_{MNGd}(G_2, G_1))$$

$$F_{MNGD}(G_1, G_2) = \max(F_{MNGd}(G_1, G_2), F_{MNGd}(G_2, G_1))$$

And,

$$T_{MNGd}(G_1, G_2) = \frac{1}{|V_1| \times |V_1|} \sum_{i \in V_1} \sum_{j \in V_1} \min_{i \in V_2} \min_{j \in V_2} \|T_2(I, J) - T_1(i, j)\|$$

$$I_{MNGd}(G_1, G_2) = \frac{1}{|V_1| \times |V_1|} \sum_{i \in V_1} \sum_{j \in V_1} \frac{1}{|V_2| \times |V_2|} \sum_{i \in V_2} \sum_{j \in V_2} \|T_2(I, J) - T_1(i, j)\|.$$

$$F_{MNGd}(G_1, G_2) = \frac{1}{|V_1| \times |V_1|} \sum_{i \in V_1} \sum_{j \in V_1} \max_{i \in V_2} \max_{j \in V_2} \|F_2(I, J) - F_1(i, j)\|$$

Similarly, we can find  $MNGd(G_2, G_1)$ .

**Proposition 2:** The Modified Neutrosophic vertex graph distance MNGD satisfies the metric distance measure axioms:

AA1) (symmetry):  $MNGD(G_1, G_2) = MNGD(G_2, G_1)$ ,

AA2) (non-negativity):  $MNGD(G_1, G_2) \geq 0$ ,

AA3) (coincidence): if  $MNGD(G_1, G_2) = 0$  then  $G_1 = G_2$ ,

AA4) (triangle inequality): for any three neutrosophic vertex graphs  $G_1, G_2$  and  $G_3$  we have:

$$MNGD(G_1, G_3) \leq MNGD(G_1, G_2) + MNGD(G_2, G_3).$$

**Proof:** Similar to the procedure used to prove Proposition 1.

### 5.3 Probabilistic Neutrosophic Hausdorff Distance

To overcome the robustness of both the classical and the modified Hausdorff distance, Hue and Hancock [9] have developed a probabilistic variant of the Hausdorff distance. This measure the similarity of the set of attributes rather than using defined set based distance measures. To commence, we recall two edge graphs  $G_1 = (V_1, E_1, T_{e1}, I_{e1}, F_{e1})$ ,  $G_2 = (V_2, E_2, T_{e2}, I_{e2}, F_{e2})$  as mentioned before, the set of all nodes connected to the node  $i \in G_2$  by an edge is defined as:

$C_i^2 = \{j | (i, j) \in E_2\}$ , and the corresponding set of nodes connected to the node  $i \in G_1$  by an edge  $C_i^1 = \{j | (i, j) \in E_1\}$ . A measure for the match of the graph  $G_2$  onto  $G_1$  is:

$$PNGD(G_1, G_2) = (T_{PNGD}(G_1, G_2), I_{PNGD}(G_1, G_2), F_{PNGD}(G_1, G_2))$$

where,  $T_{PNGD}(G_1, G_2) = \max(T_{PNGd}(G_1, G_2), T_{PNGd}(G_2, G_1))$

$$I_{PNGD}(G_1, G_2) = \max(I_{PNGd}(G_1, G_2), I_{PNGd}(G_2, G_1))$$

$$F_{PNGD}(G_1, G_2) = \max(F_{PNGd}(G_1, G_2), F_{PNGd}(G_2, G_1))$$

and,  $T_{PNGd}(G_1, G_2) = \frac{1}{|V_2| \times |V_1|} \sum_{i \in V_1} \sum_{j \in C_i^1} \max_{i \in V_2} \max_{j \in C_i^2} P((i, j) \rightarrow (I, J) | T_{e2}(I, J), T_{e1}(i, j))$

$$I_{PNGd}(G_1, G_2) = \frac{1}{|V_2| \times |V_1|} \sum_{i \in V_1} \sum_{j \in C_i^1} \max_{i \in V_2} \max_{j \in C_i^2} P((i, j) \rightarrow (I, J) | I_{e2}(I, J), I_{e1}(i, j))$$

$$F_{PNGd}(G_1, G_2) = \frac{1}{|V_2| \times |V_1|} \sum_{i \in V_1} \sum_{j \in C_i^1} \min_{I \in V_2} \min_{J \in C_I^2} P((i, j) \rightarrow (I, J) | F_{e_2}(I, J), F_{e_1}(i, j))$$

In this formula the posteriori probability  $P((i, j) \rightarrow (I, J) | T_{e_2}(I, J), T_{e_1}(i, j))$  represents the true value for the match of the  $G_2$  edge (I, J) onto the  $G_1$  edge (i, j) provided by the corresponding pair of  $T_{e_2}(I, J)$  and  $T_{e_1}(i, j)$ . This similarity measure works as follows, it commence with finding the maximum probability over the nodes in  $C_I^2$  then averaging the edge compatibilities over the nodes  $C_i^1$ . Similarly we consider the maximum probability over the nodes in the graph  $G_2$  followed by averaging over the nodes in  $G_1$ . It worth mentioned here that unlike Neutrosophic Hausdorff distance this similarity measure does not satisfy the distance axioms. Moreover, while the true components of the Neutrosophic Hausdorff distance measures the maximum distance between two sets of observations, our measures here returns the maximum similarity. Back to the rest formulae of the posteriori probability which represent the indeterminacy value and the false value for the match of the  $G_2$  edge (I, J) onto the  $G_1$  edge (i, j) using similar procedure to the true value. We still need to compute the probabilities  $P((i, j) \rightarrow (I, J) | I_{e_2}(I, J), I_{e_1}(i, j))$  and  $P((i, j) \rightarrow (I, J) | F_{e_2}(I, J), F_{e_1}(i, j))$ . For that purpose we will use a robust weighting function:

$$\begin{aligned} P((i, j) \rightarrow (I, J) | T_{e_2}(I, J), T_{e_1}(i, j)) &= \frac{\Gamma_{\sigma}(\|T_{e_2}(I, J), T_{e_1}(i, j)\|)}{\sum_{(I, J) \in E_2} \Gamma_{\sigma}(\|T_{e_2}(I, J), T_{e_1}(i, j)\|)} \\ P((i, j) \rightarrow (I, J) | I_{e_2}(I, J), I_{e_1}(i, j)) &= \frac{\Gamma_{\sigma}(\|I_{e_2}(I, J), I_{e_1}(i, j)\|)}{\sum_{(I, J) \in E_2} \Gamma_{\sigma}(\|I_{e_2}(I, J), I_{e_1}(i, j)\|)} \\ P((i, j) \rightarrow (I, J) | F_{e_2}(I, J), F_{e_1}(i, j)) &= \frac{\Gamma_{\sigma}(\|F_{e_2}(I, J), F_{e_1}(i, j)\|)}{\sum_{(I, J) \in E_2} \Gamma_{\sigma}(\|F_{e_2}(I, J), F_{e_1}(i, j)\|)} \end{aligned}$$

Where  $\Gamma_{\sigma}(\cdot)$  is a distance weighting function. There are several alternative robust weighting functions. For instance, one may consider the Gaussian of the form

$\Gamma_{\sigma}(p) = \exp(-\frac{\rho^2}{2\sigma^2})$  where  $\rho^2 = (T_{e_2}(I, J) - T_{e_1}(i, j))^2$  according to the true part,

$\rho^2 = (I_{e_2}(I, J) - I_{e_1}(i, j))^2$  according to the indeterminacy part and  $\rho^2 = (F_{e_2}(I, J) - F_{e_1}(i, j))^2$  according to the false part, where  $\sigma$  is the standard deviation. The similarity measure can be viewed as an average pairwise attribute consistency measure.

## 6. Conclusion and Future Work

Graphs are the most powerful and handy tool used in representing objects and concepts. This paper is dedicated for presenting new neutrosophic similarity and dissimilarity measures between neutrosophic graphs. The proposed distance measures are based on the Hausdorff distance, a modified and a probabilistic variant of the Hausdorff distance, additionally we proved that the given Neutrosophic Hausdorff and the Neutrosophic Modified Hausdorff distances satisfy the metric distance measure axioms. The aim is to use those measures for the purpose of matching graphs whose structure is described in the neutrosophic domain. In our plan for the future we will consider using the deduced measurements in image processing applications, such as image clustering and segmentation.

## References

1. Arora, S., Rao, S. and Vazirani, U. Expander Flows, Geometric Embeddings and Graph Partitioning, In Symposium on Theory of Computing, 2004.
2. Battista, G. D., Eades, P., Tamassia, R. and Tollis, I., Graph Drawing Algorithms for the Visualization of Graphs, Prentice Hall, 1999.
3. Boykov, Y. and Huttenlocher, D., A New Bayesian Framework for Object Recognition, Proceeding of IEEE Computer Society Conference on CVPR, Vol. 2, pp. 517–523, 1999.

4. Broumi, S. and, Smarandache, F. Several similarity measures of neutrosophic sets. *Neutrosophic Sets and Systems*, Vol. 1.1, pp. 54-62, 2013.
5. Chung, F. R. K., *Spectral Graph Theory*, CBMS Vol. 92, 1997.
6. Dhavaseelan, R, Vikramaprasad, R. and Krishnaraj, V., Certain Types of Neutrosophic Graphs, "Int. Jr." of Mathematical Sciences & Applications, Vol. 5, No. 2, pp. 333-339, July-December, 2015.
7. Dubuisson, M., and Jain, A., A Modified Hausdorff Distance for Object Matching, pp. 566–568.
8. Hausdorff, F., *Grundzüge der Mengenlehre*, Leipzig: Veit and Company, 1914.
9. Heut, B., and Hancock, E. R., Relational Object Recognition From Large Structural Libraries *Pattern Recognition*, Vol.32, pp.1895-1915, 2002.
10. Huttenlocher, D. , Klanderman, G., and Rucklidge, W., Comparing Images Using the Hausdorff Distance, *IEEE. Trans. Pattern Anal. Mach. Intell*, Vol. 15, pp. 850–863, 1993.
11. Kandasamy, W. B. Vasantha, Ilanthenral, K. and Smarandache, F. *Neutrosophic Graphs: A New Dimension to Graph Theory*, 2015.
12. Kandasamy, W., B. Vasantha and Smarandache, F., *Basic Neutrosophic Algebraic Structures and their Applications to Fuzzy and Neutrosophic Models*, Hexis, 2004.
13. Rajeswari, V. and Parveen Banu, J., A Study on Neutrosophic Graphs. *Int. J. Res. Ins.*, Vol. 2, Issue 2, pp. 8-16, Oct 2015.
14. Salama, A. A., Abdelfattah, M. and Eisa, M. Distances, Hesitancy Degree and Flexible Querying via Neutrosophic Sets, *International Journal of Computer Applications*, Vol.10, pp. 101, 2014.
15. Salama, A. A. and Smarandache, F. *Neutrosophic Set Theory and its Applications, Neutrosophic Topology, and its Applications*. USA, Book, 2014.
16. Smarandache, F., *A Unifying Field in Logics: Neutrosophic Logic, Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability*, American Research Press, Rehoboth, NM, 1999.
17. Smarandache, F., *Neutrosophy and Neutrosophic Logic*, First International Conference on Neutrosophy , Neutrosophic Logic, Set, Probability, and Statistics University of New Mexico, Gallup, NM 87301, USA, 2002.
18. Smarandache, F. Neutrosophic Set, A Generalization of The Intuitionistic Fuzzy Sets. *Inter. J. Pure Appl. Math*, Vol. 24, pp.287- 297, 2005.
19. Zadeh, L.A., Fuzzy sets, *Inform. Control*, Vol. 8, pp. 338 -353, 1965.

*Article*

# A Study of Neutrosophic Differential Equation by Using a Neutrosophic Thick Function

Malath F. Alaswad <sup>1,\*</sup>

<sup>1</sup> Faculty of science,, Department,of mathematics, AL- Baath University, Homs, Syria; Malaz.aswad@yahoo.com

\* Correspondence: Malaz.aswad@yahoo.com

Received: 10 September 2020; Accepted: 28 October 2020; Published: date

**Abstract:** This paper, is an extension of another paper that was previously published in IJNS entitled "A study of the integration of neutrosophic thick function". In this paper, the concept of neutrosophic thick function has been introduced in the definition of other types of differential equations, which are Bernoulli's equation, Exact differentiale quation, Non- Exact differentiale quation, And integrating factors, Addition to the Ricati. Finally, solutions to this equation will be found.

**Keywords:** The neutrosophic thick function, the integration of neutrosophic thick function, the neutrosophic homogeneous and non-homogeneous differential equation.

## 1. Introduction

Neutrosophic created by F. Smarandache, is a new logic in the mathematical world, which relies on the principle of indeterminacy, and this logic is considered as a generalization of fuzzy logic [1], which differs from classical logic. Also, in 2015, F. Smarandache, has defined the concept of continuation of a neutrosophic function in [1], and neutrosophic mereo-limit [1], mereo-continuity. Moreover, in 2014, he has defined the concept of a neutro-oscillator differential in [3], and mereo-derivative. Finally in 2013 he introduced neutrosophic integration in [2], and mereo-integral, besides the classical defintions of limit, continuity, deverative, and integral respectively.

Recently, the neutrosophic crisp set theory may have application in image processing [4], [5], the neutrosophic sets [6] have application in the medical field [7], [8], [9], [10], the field of geographic information systems [11] and possible applications to database [12]. Also, neutrosophic triplet group application to physics [13]. Moreover Several researches have made multiple contributions to neutrosophic topological [14], [15], [16], [17], [18], [19], [20], Also More researches have made multiple contributions to neutrosophic analysis [21]. Finally the neutrosophic integration may have application in calculus the areas between tow neutrosophic functions.

## 2. Preliminaries

In this paper  $f(x) = [f_1(x), f_2(x)]$  is called a Neutrosophic thick function. Now, we recall some definitions which are useful in this paper.

*Defintion 2.1.* [22]. Let  $f(x) = [f_1(x), f_2(x)]$  be a neutrosophic thick function. Then we define the integration of this function such as:

$$\int f(x)dx = \int [f_1(x), f_2(x)] dx = \left[ \int f_1(x) dx + c_1, \int f_2(x) dx + c_2 \right] = [A, B]$$

Where  $c_1 = a_1 + b_1 I_1$ ,  $c_2 = a_2 + b_2 I_2$ .



### 3. Neutrosophic Bernoulli's equation.

In this section we defined the Neutrosophic bernoulli equation based on the thick function and find solutions to this equation.

#### Defintion 3.1 .

This equation takes the following form:

$$\dot{y} + [p_1(x), p_2(x)]y = q(x)y^n \dots \dots (1)$$

$$\dot{y} + p(x)y = [q_1(x), q_2(x)]y^n \dots \dots (2)$$

$$\dot{y} + [p_1(x), p_2(x)]y = [q_1(x), q_2(x)]y^n \dots \dots (3)$$

Now I will rely on the first model and the rest of the models in the same way:

$$\dot{y} + [p_1(x), p_2(x)]y = q(x)y^n$$

#### Method of solution.

1- We dived the ends of the equation (1) by  $y^n$ :

$$\dot{y}y^{-n} + [p_1(x), p_2(x)]y^{-n+1} = q(x) \dots \dots (4)$$

2- Now let:

$$z = y^{-n+1}$$

Then:

$$\dot{z} = (-n + 1)y^{-n}\dot{y}$$

$$\dot{y} = \frac{y^n \dot{z}}{-n + 1}$$

3- We substitute into equation (1):

$$\dot{z}y^{-n} + (-n + 1)[p_1(x), p_2(x)]z = (-n + 1)q(x) \dots \dots (5)$$

It's a Neutrosophic non- homogeneous linear differential equation, we studied this equation in [22], we obtain the solution of this equation:

$$z = \frac{1}{\mu(x)} \left( a + bI + \int \mu(x)q(x)dx \right)$$

Where  $\mu(x)$  is the complement to the equation (5).

4- We obtain the general solution of the equation (1):

$$y = \{z\}^{\frac{1}{-n+1}}$$

**Example 3.2.** Find the general solution for the following neutrosophic bernoulli equation:

$$\dot{y} - \left[ x, \frac{1}{x} \right] y = xy^3$$

**Solution.** The equation given from the first form:

$$\dot{y} + [p_1(x), p_2(x)]y = q(x)y^n$$

We dived the ends of the equation by  $y^3$ :

$$\dot{y}y^{-3} - \left[ x, \frac{1}{x} \right] y^{-2} = x \dots \dots (6)$$

Now let:

$$z = y^{-2}$$

Then:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= -2y^{-3}\dot{y} \\ \dot{y} &= \frac{-y^3\dot{z}}{2} \end{aligned}$$

Then:

$$\dot{z} + \left[2x, \frac{2}{x}\right]z = -2x$$

It's a Neutrosophic non- homogeneous linear differential equation, the complement of this equation as follow:

$$\mu(x) = [e^{x^2}, x^2]$$

We find that the general solution is written as:

$$\begin{aligned} z &= \frac{1}{\mu(x)} \left( a + bI + \int \mu(x)q(x)dx \right) \\ z &= \frac{1}{[e^{x^2}, x^2]} \left( a + bI + \left[ \int -2xe^{x^2} dx, \int -2x^3 dx \right] \right) \\ z &= \frac{1}{[e^{x^2}, x^2]} \left( a + bI + \left[ \int -e^{x^2} dx, \int \frac{-x^4}{2} dx \right] \right) \end{aligned}$$

We obtain the general solution of the equation:

$$y = \left\{ \frac{1}{[e^{x^2}, x^2]} \left( a + bI + \left[ -e^{x^2}, \frac{-x^4}{2} \right] \right) \right\}^{\frac{-1}{2}}$$

**Example 3.3.** Find the general solution for the following neutrosophic bernoulli equation:

$$\dot{y} + \frac{1}{x} y = \left[ -\ln(x), \frac{1}{x} \right] y^2$$

**Solution.** The equation given from the second form:

$$\dot{y} + p(x)y = [q_1(x), q_2(x)]y^n$$

We divided the ends of the equation by  $y^2$ :

$$\dot{y}y^{-2} + \frac{1}{x}y^{-1} = \left[ -\ln(x), \frac{1}{x} \right] \dots \dots (7)$$

Now let:

$$z = y^{-1}$$

Then:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= -y^{-2}\dot{y} \\ \dot{y} &= -y^2\dot{z} \end{aligned}$$

Then:

$$\dot{z} - \frac{1}{x}z = \left[ \ln(x), \frac{-1}{x} \right]$$

It's a Neutrosophic non- homogeneous linear differential equation, the complement of this equation as follow:

$$\mu(x) = \frac{1}{x}$$

We find that the general solution is written as:

$$z = \frac{1}{\mu(x)} \left( a + bI + \int \mu(x)q(x)dx \right)$$

$$z = \frac{1}{\frac{1}{x}} \left( a + bI + \left[ \int \frac{\ln(x)}{x} dx, \int \frac{-1}{x^2} dx \right] \right)$$

$$z = x \left( a + bI + \left[ \ln(\ln x), \frac{1}{x} \right] \right)$$

We obtain the general solution of the equation:

$$y = \left\{ x \left( a + bI + \left[ \ln(\ln x), \frac{1}{x} \right] \right) \right\}^{-1}$$

**Example 3.4.** Find the general solution for the following neutrosophic bernoulli equation:

$$\dot{y} + [\tan x, \cot x]y = [\sin x, \cos x]y^2$$

**Solution.** The equation given from the second form:

$$\dot{y} + [p_1(x), p_2(x)]y = [q_1(x), q_2(x)]y^n$$

We divided the ends of the equation by  $y^2$ :

$$\dot{y}y^{-2} + [\tan x, \cot x]y^{-1} = [\sin x, \cos x] \dots \dots (8)$$

Now let:

$$z = y^{-1}$$

Then:

$$\dot{z} = -y^{-2}\dot{y}$$

$$\dot{y} = -y^2\dot{z}$$

Then:

$$\dot{z} + [-\tan x, -\cot x]z = [-\sin x, -\cos x]$$

It's a Neutrosophic non- homogeneous linear differential equation, the complement of this equation as follow:

$$\mu(x) = \left[ \cos x, \frac{1}{\sin x} \right]$$

We find that the general solution is written as:

$$z = \frac{1}{\mu(x)} \left( a + bI + \int \mu(x)q(x)dx \right)$$

$$z = \frac{1}{\left[ \cos x, \frac{1}{\sin x} \right]} \left( a + bI + \left[ \int -\sin x \cos x dx, \int \frac{-\cos x}{\sin x} dx \right] \right)$$

$$z = \frac{1}{\left[ \cos x, \frac{1}{\sin x} \right]} \left( a + bI + \left[ \frac{1}{4} \cos 2x, -\ln(\sin x) \right] \right)$$

We obtain the general solution of the equation:

$$y = \left\{ \frac{1}{\left[ \cos x, \frac{1}{\sin x} \right]} \left( a + bI + \left[ \frac{1}{4} \cos 2x, -\ln(\sin x) \right] \right) \right\}^{-1}$$

#### 4. Neutrosophic Exact differential equation.

In this section we defined the Neutrosophic Exact differential equation based on the thick function and find solutions to this equation.

*Defintion 4.1* . Let the differential equation:

$$[p_1(x, y), p_2(x, y)]dx + [q_1(x, y), q_2(x, y)]dy = 0 \dots \dots (9)$$

We say the Neutrosophic differential equation (9), is a Exact differential equation if .... The conditions:

$$\frac{\partial p_1}{\partial y} = \frac{\partial q_1}{\partial x}$$

$$\frac{\partial p_2}{\partial y} = \frac{\partial q_2}{\partial x}$$

We obtain the general solution of this equation:

$$\left[ \int_{x_0}^x p_1(x, y) dx, \int_{x_0}^x p_2(x, y) dx \right] + \left[ \int_{y_0}^y q_1(x_0, y) dy, \int_{y_0}^y q_2(x_0, y) dy \right] = a + bI \dots \dots (10)$$

Which  $x_0, y_0$  is arbitrary constants.

**Example 4.2.** Prove the equation is a exact differential equation, and Find the general solution for this equation:

$$[3x^2 + 6xy^2, y - 2x^3]dx + [6xy^2 + 4y^3, x]dy = 0$$

**Solution.** We note:

$$\frac{\partial p_1}{\partial y} = 12xy, \frac{\partial q_1}{\partial x} = 12xy \Rightarrow \frac{\partial p_1}{\partial y} = \frac{\partial q_1}{\partial x}$$

$$\frac{\partial p_2}{\partial y} = 1, \frac{\partial q_2}{\partial x} = 1 \Rightarrow \frac{\partial p_2}{\partial y} = \frac{\partial q_2}{\partial x}$$

Then the equation is exact and this solution is:

$$\left[ \int_{x_0}^x p_1(x, y) dx, \int_{x_0}^x p_2(x, y) dx \right] + \left[ \int_{y_0}^y q_1(x_0, y) dy, \int_{y_0}^y q_2(x_0, y) dy \right] = a + bI$$

Now let  $x_0 = 0, y_0 = 0$ , then:

$$\left[ \int_0^x 3x^2 + 6xy^2 dx, \int_0^x y - 2x^3 dx \right] + \left[ \int_0^y 4y^3 dy, \int_0^y 0 dy \right] = a + bI$$

$$\left[ x^3 + 3x^2y^2, yx - \frac{1}{2}x^4 \right] + [y^4, a_1 + b_1I_1] = a + bI$$

$$\left[ x^3 + 3x^2y^2 + y^4, yx - \frac{1}{2}x^4 + a_1 + b_1I_1 \right] = a + bI$$

### 5. Neutrosophic non-Exact differential equation and complement factors.

*Defintion 5.1* . Let the differential equation:

$$[p_1(x, y), p_2(x, y)]dx + [q_1(x, y), q_2(x, y)]dy = 0 \quad \dots \dots (11)$$

We say the Neutrosophic differential equation(11), is a non-Exact differential equation if:

$$\frac{\partial p_1}{\partial y} \neq \frac{\partial q_1}{\partial x}$$

$$\frac{\partial p_2}{\partial y} \neq \frac{\partial p_2}{\partial x}$$

*Method of solution.*

1- We find the complement to the equation (11) as follows:

$$\mu(z) = [\mu_1(z), \mu_2(z)]$$

Which

$$z = z(x, y)$$

$$\frac{d \ln \mu_1(z)}{dz} = \frac{\frac{\partial p_1}{\partial y} - \frac{\partial q_1}{\partial x}}{q_1 \frac{\partial z}{\partial x} - p_1 \frac{\partial z}{\partial y}}$$

$$\frac{d \ln \mu_2(z)}{dz} = \frac{\frac{\partial p_2}{\partial y} - \frac{\partial q_2}{\partial x}}{q_2 \frac{\partial z}{\partial x} - p_2 \frac{\partial z}{\partial y}}$$

2- We multiply the ends of the equation (11) by the complement factor:

$$[\mu_1(z)p_1(x, y), \mu_2(z)p_2(x, y)]dx + [\mu_1(z)q_1(x, y), \mu_2(z)q_2(x, y)]dy = 0$$

Then the equation is a exact and obtain this solution by(10).

**Example 5.2** Find the general solution for the following equation:

$$\left[ 2xy + x^2y + \frac{1}{3}y^3, \frac{y}{x^2} - 2x \right] dx + \left[ x^2 + y^2, \frac{1}{x} \right] dy = 0$$

Which  $\mu(x) = [\mu_1(x), \mu_2(x)]$ .

**solution.**

$$\mu(x) = [\mu_1(x), \mu_2(x)]$$

$$\frac{d \ln \mu_1(x)}{dx} = \frac{\frac{\partial p_1}{\partial y} - \frac{\partial q_1}{\partial x}}{q_1 \frac{\partial z}{\partial x} - p_1 \frac{\partial z}{\partial y}} = 1 \Rightarrow \mu_1(x) = e^x$$



$$\frac{d \ln \mu_2(z)}{dz} = \frac{\frac{\partial p_2}{\partial y} - \frac{\partial q_2}{\partial x}}{q_2 \frac{\partial z}{\partial x} - p_2 \frac{\partial z}{\partial y}} = \frac{1}{x} \Rightarrow \mu_2(x) = x^2$$

Then:

$$\mu(x) = [e^x, x^2]$$

We multiply the ends of the equation by the complement factor

$$\left[ e^x \left( 2xy + x^2y + \frac{1}{3}y^3 \right), y - 2x^3 \right] dx + [e^x(x^2 + y^2), x] dy = 0$$

The last equation is a exact, and this siolution obtain as follow:

$$\left[ \int_{x_0}^x e^x \left( 2xy + x^2y + \frac{1}{3}y^3 \right) dx, \int_{x_0}^x (y - 2x^3) dx \right] + \left[ \int_{y_0}^y e^{x_0} (x_0^2 + y^2) dy, \int_{y_0}^y x_0 dy \right] = a + bI$$

Now let  $x_0 = 0, y_0 = 0$ , then:

$$\left[ \int_0^x e^x \left( 2xy + x^2y + \frac{1}{3}y^3 \right) dx, \int_0^x (y - 2x^3) dx \right] + \left[ \int_0^y y^2 dy, \int_0^y (0) dy \right] = a + bI$$

$$\left[ yx^2e^x + \frac{1}{3}y^3e^x, yx - \frac{x^4}{2} \right] + \left[ \frac{1}{3}y^3, a_1 + b_1I_1 \right] = a + bI$$

$$\left[ yx^2e^x + \frac{1}{3}y^3e^x + \frac{1}{3}y^3, yx - \frac{x^2}{4} + a_1 + b_1I_1 \right] = a + bI$$

**Example 5.3** Find the general solution for the following equation:

$$[5x^2 + 2xy + 3y^3, x^2 - y^2 + 2x]dx + [3x^2 + 3xy^2 + 6y^3, x^2 - y^2 - 2y]dy = 0$$

Which  $\mu(x) = [\mu_1(x), \mu_2(x)]$

**solution.**

$$\mu(x) = [\mu_1(x), \mu_2(x)]$$

$$\frac{d \ln \mu_1(x)}{dx} = \frac{\frac{\partial p_1}{\partial y} - \frac{\partial q_1}{\partial x}}{q_1 \frac{\partial z}{\partial x} - p_1 \frac{\partial z}{\partial y}} = \frac{2}{x + y} \Rightarrow \mu_1(x) = (x + y)^2$$

$$\frac{d \ln \mu_2(z)}{dz} = \frac{\frac{\partial p_2}{\partial y} - \frac{\partial q_2}{\partial x}}{q_2 \frac{\partial z}{\partial x} - p_2 \frac{\partial z}{\partial y}} = 1 \Rightarrow \mu_2(x) = e^{x+y}$$

Then:

$$\mu(x) = [(x + y)^2, e^{x+y}]$$

We multiply the ends of the equation by the complement factor

$$[(x + y)^2(5x^2 + 2xy + 3y^3), (x^2 - y^2 + 2x)e^{x+y}]dx$$

$$+ [(x + y)^2(3x^2 + 3xy^2 + 6y^3), (x^2 - y^2 - 2y)e^{x+y}]dy = 0$$

The last equation is a exact, and this solution obtain as follow:

$$\left[ \int_{x_0}^x (x+y)^2(5x^2+2xy+3y^3)dx, \int_{x_0}^x (x^2-y^2+2x)e^{x+y}dx \right] \\ + \left[ \int_{y_0}^y (x_0+y)^2(3x_0^2+3x_0y^2+6y^3)dy, \int_{y_0}^y (x_0^2-y^2-2y)e^{x_0+y}dy \right] = a + bI$$

Now let  $x_0 = 0, y_0 = 0$ , then:

$$\left[ \int_0^x (x+y)^2(5x^2+2xy+3y^3)dx, \int_0^x (x^2-y^2+2x)e^{x+y}dx \right] + \left[ \int_0^y 6y^5dy, \int_0^y (-y^2-2y)e^ydy \right] = a + bI \\ [x^5 + 3yx^4 + (y^3 + 2xy + 3y^3)x^3 + (3y^4 + y^3)x^2 + 3xy^5, (x^2 - y^2)e^{x+y}] + [y^6, -y^2e^y] = a + bI \\ [(y^3 + 2xy + 3y^3)x^3 + (3y^4 + y^3)x^2 + 3xy^5 + y^6, (x^2 - y^2)e^{x+y} - y^2e^y] = a + bI$$

## 6. Neutrosophic Recati equation.

In this section we defined the Neutrosophic recati equation based on the thick function and find solutions to this equation.

**Defintion 6.1 .** We define the Neutrosophic bernoulli equation by a neutrosophic thick function form:

$$\dot{y} + [p_1(x), p_2(x)]y^2 + [q_1(x), q_2(x)]y + [r_1(x), r_2(x)] = 0 \dots \dots (12)$$

And takes a particular solution:

$$y_1 = [f_1(x), f_2(x)]$$

**Example 6.2.** Find the general solution for the following neutrosophic ricati equation:

$$\dot{y} + \left[ \frac{\cos x}{1 - \sin x}, \frac{1}{\cos x} \right] y^2 + \left[ \frac{-1}{1 - \sin x}, \frac{-x^2}{\cos x} \right] y + \left[ \frac{\sin x}{1 - \sin x}, \frac{-2x}{1 - x^3} \right] = 0 \dots \dots (13)$$

If a particular solution is:

$$y_1 = [\cos x, -x^2]$$

**Solution.** We let:

$$y = [\cos x + z_1, -x^2 + z_2] \\ \dot{y} = [-\sin x + \dot{z}_1, -2x + \dot{z}_2]$$

We substitute into equation (13):

$$[-\sin x + \dot{z}_1, -2x + \dot{z}_2] \left[ \frac{\cos x}{1 - \sin x}, \frac{1}{\cos x} \right] [z_1^2 + 2\cos x z_1 + \cos^2 x, z_2^2 - 2x z_1 + 4x^4] \\ + \left[ \frac{-1}{1 - \sin x}, \frac{-x^2}{\cos x} \right] [\cos x + z_1, -x^2 + z_2] + \left[ \frac{\sin x}{1 - \sin x}, \frac{-2x}{1 - x^3} \right] = 0 \\ \left[ \dot{z}_1 - \frac{2\cos^2 x - 1}{1 - \sin x} z_1 - \frac{\cos x}{1 - \sin x} z_1^2, \dot{z}_2 + \frac{3x^2}{1 - x^3} z_2 - \frac{1}{1 - x^3} z_1^2 \right] = 0$$

Then:

$$\dot{z}_1 - \frac{2\cos^2 x - 1}{1 - \sin x} z_1 - \frac{\cos x}{1 - \sin x} z_1^2 = 0 \\ \dot{z}_2 + \frac{3x^2}{1 - x^3} z_2 - \frac{1}{1 - x^3} z_1^2 = 0$$

We obtain:

$$z_1 = \left\{ \frac{1}{1 - \sin x \cos x} (a_1 + b_1 I_1 + \sin x) \right\}^{-1}$$

$$z_2 = \left\{ \frac{1}{1 - x^3} (a_2 + b_2 I_2 - x) \right\}^{-1}$$

Then the general solution for (13) is:

$$y = \left[ \cos x + \left\{ \frac{1}{1 - \sin x \cos x} (a_1 + b_1 I_1 + \sin x) \right\}^{-1}, -x^2 + \left\{ \frac{1}{1 - x^3} (a_2 + b_2 I_2 - x) \right\}^{-1} \right]$$

## 7. Conclusion

In this paper, a new type of neutrosophic integration has been defined by using the thick function, Moreover, we studied a bernoulli's differential equation, exact differentiale quation, non-exact differentiale quation, Addition to the ricati based on the thick function, and found solutions to this equation. Also solutions of other types of neutrosophic differential equations can be found depending on the thick function such as lagrange equation, claurout equation, darbowx equation. We will work on this in the future.

## References

1. Smarandache F. Neutrosophic Precalculus and Neutrosophic calclus, University of New Mexico, 705 Gurley Ave. Gallup, NM 87301, USA, 2015.
2. Smarandache F. Neutrosophic Measure and Neutrosophic Integral , In Neutrosophic Sets and Systems, 3 – 7, Vol. 1, 2013.
3. A. A Salama, Smarandache F. Kroumov, Neutrosophic Closed Set and Continuous Functions, in Neutrosophic Sets and Systems, Vol.4, 4- 8, 2014.
4. A. A Salama; I. M Hanafy; Hewayda Elghawalby Dabash M.S, Neutrosophic Crisp Closed RRegion and Neutrosophic Crisp Continuous Functions, New Trends in Neutrosophic Theory and Applications.
5. A. A Salama; Hewayda Elghawalby; M.S, Dabash; A.M. NASR, Retrac Neutrosophic Crisp System For Gray Scale Image, Asian Journal Of Mathematics and Computer Research, Vol 24, 104-117, (2018).
6. F. smarandache. "Neutrosophy and Neutrosophic Logic, First International Conference on Neutrosophy, neutrosophic Logic, Set, Probability, and Statistics" University of New Mexico, Gallup, NM87301, USA 2002.
7. M. Abdel-Basset; E. Mai. Mohamed; C. Francisco; H. Z. Abd EL-Nasser. "Cosine similarity measures of bipolar neutrosophic set for diagnosis of bipolar disorder diseases" Artificial Intelligence in Medicine Vol. 101, 101735, (2019).
8. M. Abdel-Basset; E. Mohamed; G. Abdullah; and S. Florentin. "A novel model for evaluation Hospital medical care systems based on plithogenic sets" Artificial Intelligence in Medicine 100 (2019), 101710.
9. M. Abdel-Basset; G. Gunasekaran Mohamed; G. Abdullah. C. Victor, "A Novel Intelligent Medical Decision Support Model Based on soft Computing and Iot" IEEE Internet of Things Journal, Vol. 7, (2019).
10. M. Abdel-Basset; E. Mohamed; G. Abdullah; G. Gunasekaran; L. Hooang Viet." A novel group decision making model based on neutrosophic sets for heart disease diagnosis" Multimedia Tools and Applications, 1-26, (2019).
11. A. A Salama. Basic Structure of Some Classes of Neutrosophic Crisp Nearly Open Sets and Possible Application to GIS Topology. Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 7, 18-22, (2015).

12. A. A Salama; F. Smarandache. Neutrosophic Set Theory, Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 5, 1-9, (2014).
13. F. Smarandache, The Neutrosophic Triplet Group and its Application to physics, Seminar Universidad National de Quilmes , Department of science and Technology, Beunos Aires, Argentina, 20 June 2014.
14. A. B.AL-Nafee; R.K. Al-Hamido; F.Smarandache. "Separation Axioms In Neutrosophic Crisp Topological Spaces", Neutrosophic Sets and Systems, vol. 25, 25-32, (2019).
15. R.K. Al-Hamido, Q. H. Imran, K. A. Alghurabi, T. Gharibah, "On Neutrosophic Crisp Semi Alpha Closed Sets", Neutrosophic Sets and Systems", vol. 21, 28-35, (2018).
16. Q. H. Imran, F. Smarandache, R.K. Al-Hamido, R. Dhavasselan, "On Neutrosophic Semi Alpha open Sets", Neutrosophic Sets and Systems, vol. 18, 37-42, (2017).
17. Al-Hamido, R. K.; "A study of multi-Topological Spaces", PhD Theses, AlBaath university , Syria, (2019).
18. Al-Hamido, R. K.; "Neutrosophic Crisp Supra Bi-Topological Spaces", International Journal of Neutrosophic Science, Vol. 1, 66-73, (2018).
19. R.K. Al-Hamido, "Neutrosophic Crisp Bi-Topological Spaces", Neutrosophic Sets and Systems, vol. 21, 66-73, (2018).
20. R.K. Al-Hamido, T. Gharibah, S. Jafari F.Smarandache, "On Neutrosophic Crisp Topology via N-Topology", Neutrosophic Sets and Systems, vol. 21, 96-109, (2018).
21. A. Hatip, "The Special Neutrosophic Functions," International Journal of Neutrosophic Science (IJNS), pp. 13, 12 May 2020.
22. Malath F. Alaswad, "A Study of the Integration of Neutrosophic Thick Functions," International Journal of Neutrosophic Science (IJNS), pp. 97-105, 2020.

*Article***A Study of a Neutrosophic Complex Numbers and Applications****Malath F. Alaswad**<sup>1,\*</sup><sup>1</sup> Faculty of science,, Department,of mathematics, AL- Baath University, Homs, Syria; Malaz.aswad@yahoo.com

\* Correspondence: Malaz.aswad@yahoo.com

*Received:* 10 September 2020; *Accepted:* 28 October 2020; *Published:* date

**Abstract:** In this paper, we will define the definition of neutrosophic complex number, by forms cartesian and polar, and some application for it. For sum two neutrosophic complex number, product, and division. The main objective is define a power and roots of neutrosophic complex number, Also, define a neutrosophic complex functions, And conditions Cauchy-Riemann, In addition, we have given the method of denote the harmonic conjugate.

**Keywords:** Neutrosophic numbers, neutrosophic complex number, the exponential form of a neutrosophic complex number.

**1. Introduction**

The American scientist and philosopher F. Smarandache came to place the neutrosophic logic in [5 – 6], and this logic is as a generalization of the fuzzy logic [7], conceived by L. Zadeh in 1965. The neutrosophic logic is of great in many areas of them, including applications in image processing [8 – 9], the field of geographic information systems [10], and possible applications to database [11 – 12], Neutrosophic logic. Neutrosophy, Neutrosophic set, Neutrosophic probability and alike, are recently creations of F. Smarandache, being characterized by having the indeterminacy as component of their framework, and a notable feature of neutrosophic logic is that can be considered a generalization of fuzzy logics, encompassing the classical logic as well [1]. Also. Finally F. Smarandache, presented the definition of the standard form of neutrosophic conditions for the division of two neutrosophic real numbers to exist, he defined the standard form of neutrosophic complex number in year 2011 in [2].

Among the recent applications there are: neutrosophic crisp set theory in image processing [13][14], neutrosophic sets medical field [15][16][17][18][19], in information geographic systems [20] and possible applications to database [21]. Also, neutrosophic triplet group application to physics [22]. Moreover Several researches have made multiple contributions to neutrosophic topological [23][24][25][26][27][28][29], Also More researches have made multiple contributions to neutrosophic analysis [30]. This paper aims to study and define the roots of neutrosophic number, and a neutrosophic complex functions, conditions Cauchy-Riemann, In addition, and the harmonic conjugate.

**2. Preliminaries**

In this paper we recall some definitions which are useful in this paper.

*Definition 2.1.* [1] Neutrosophic Real Number: Suppose that  $w$  is a neutrosophic number, then it takes the following standard form:  $w = a + bI$  where  $a, b$  are real coefficients, and  $I$  represent indeterminacy, such  $0.I = 0$  and  $I^n = I$  for all positive integers  $n$ .

For example:

$$w = 1 + 2I, w = 3 = 3 + 0I$$

Definition 2.2. [1]

Division of neutrosophic real numbers:

Suppose that  $w_1, w_2$  are two neutrosophic number, where

$$w_1 = a_1 + b_1I, w_2 = a_2 + b_2I$$

Then:

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{a_1 + b_1I}{a_2 + b_2I} = \frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2b_1 - a_1b_2}{a_2(a_2 + b_2)}I \dots \dots (1)$$

Definition 2.3. [2]

Neutrosophic Complex Number:

Suppose that  $z$  is a neutrosophic complex number, then it takes the following standard form:  $z = a + bI + i(c + dI)$  where  $a, b, c, d$  are real coefficients, and  $I$  indeterminacy, such  $i^2 = -1$  then  $i = \sqrt{-1}$ .

We recall  $a + bI$  the real part, then it takes the following standard form  $Re(z) = a + bI$ .

We recall  $c + dI$  the imagine part, then it takes the following standard form  $Im(z) = c + dI$ .

For example:

$$z = 4 + I + i(2 + 2I)$$

Note: we can say that any real number can be considered a nutrosophic number.

For example:  $z = 3 = 3 + 0.I + i(0 + 0.I)$

Definition 2.4. [2]

Conjugate of a neutrosophic complex number:

Suppose that  $z$  is a neutrosophic complex number, where  $z = a + bI + i(c + dI)$ . We demote the conjugate of a neutrosophic complex number by  $\bar{z}$  and define it by the following form:

$$\bar{z} = a + bI - i(c + dI)$$

Example 2.5.

$$z = 4 + I + i(2 + 2I) \Rightarrow \bar{z} = 4 + I - i(2 + 2I)$$

Definition 2.6. [3]

The absolute value of a neutrosophic complex number:

Suppose that  $z = a + bI + i(c + dI)$  is a neutrosophic complex number, the absolute value of a neutrosophic complex number defined by the following form:

$$|z| = \sqrt{(a + bI)^2 + (c + dI)^2}$$

Remarks 2.7 [3]

$$(1). \overline{(\bar{z})} = z.$$

$$(2). \bar{z} + z = 2Re(z)$$

$$(3). z - \bar{z} = 2Im(z)$$

$$(4). \overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$$

$$(5). \overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$$

$$(6). z \cdot \bar{z} = |z|^2$$

### 3. The polar form of a neutrosophic complex number

**Definition 3.1.** [4]

We defined the exponential form of a neutrosophic complex number as follows:

$$z = re^{i(\theta+I)}$$

Where:

$$r = |z| = \sqrt{(a + bI)^2 + (c + dI)^2}$$

$$\cos(\theta + I) = \frac{x}{r} = \frac{a + bI}{r}$$

$$\sin(\theta + I) = \frac{y}{r} = \frac{c + dI}{r}$$

Then:

$$z = re^{i(\theta+I)} = r \cos(\theta + I) + i r \sin(\theta + I)$$

**Remarks 3.2** [4]

$$(1). z_1 \cdot z_2 = r_1 e^{i(\theta_1+I_1)} \cdot r_2 e^{i(\theta_2+I_2)} = r_1 r_2 e^{i(\theta_1+\theta_2+I)} ; I_1 + I_2 = I$$

$$(2). \frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1 e^{i(\theta_1+I_1)}}{r_2 e^{i(\theta_2+I_2)}} = \frac{r_1}{r_2} e^{i(\theta_1-\theta_2+I)} ; I_1 - I_2 = I$$

$$(3). z \cdot \bar{z} = |z|^2 = r^2$$

$$(4). \bar{z} = re^{-i(\theta+I)}$$

**Example 3.3.** Let:

$$z_1 = 2e^{i(\frac{2\pi}{3}+I)} , \quad z_2 = e^{i(\frac{\pi}{4}+I)}$$

Then:

$$\bar{z}_1 = 2e^{-i(\frac{2\pi}{3}+I)} , \quad \bar{z}_2 = e^{-i(\frac{\pi}{4}+I)}$$

$$z_1 \cdot z_2 = 2e^{i(\frac{2\pi}{3}+I)} e^{i(\frac{\pi}{4}+I)} = 2e^{i(\frac{11\pi}{12}+I)}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{2e^{i(\frac{2\pi}{3}+I)}}{e^{i(\frac{\pi}{4}+I)}} = 2e^{i(\frac{5\pi}{12}+I)}$$

### 4. The Power of a neutrosophic complex number.

**Definition 4.1.** Suppose that  $z = re^{i(\theta+I)}$  is a neutrosophic complex number, the power of a neutrosophic complex number defined by the following form:

$$z^n = (re^{i(\theta+I)})^n = r^n e^{in(\theta+I)} = r^n e^{i(\theta n + nI)}$$

Then:

$$z^n = r^n e^{i(n\theta+I)} = r^n \cos(n\theta + nI) + i r^n \sin(n\theta + nI) \dots \dots (2)$$

**Example 4.2.** Let  $z = Ie^{i(\frac{\pi}{4}+I)}$  find  $z^2, z^8$ .

*Solution.*

$$z^2 = I^2 e^{i(\frac{2\pi}{4} + 2I)} = I e^{i(\frac{\pi}{2} + 2I)} = I \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2I\right) + i I \sin\left(\frac{\pi}{2} + 2I\right)$$

$$z^8 = I^8 e^{i(\frac{8\pi}{4} + 8I)} = I e^{i(2\pi + 8I)} = I \cos(2\pi + 8I) + i I \sin(2\pi + 8I)$$

## 5. The Roots of a neutrosophic complex number.

*Definition 5.1.*

Suppose that  $z = r e^{i(\theta + I)}$  is a neutrosophic complex number, a neutrosophic complex number  $w = \check{r} e^{i(\varphi + I)} = \alpha + \beta I + i(\gamma + \delta I)$ , and it satisfy relation  $z = w^n$  is call the root by a neutrosophic complex number  $z$ , we have:

$$w = \sqrt[n]{z} = z^{\frac{1}{n}}$$

Then:

$$\begin{aligned} w &= |w| e^{i(\varphi + I)} \Rightarrow |z| = |w|^n e^{in(\varphi + I)} = r e^{i(\theta + I)} \cdot e^{2\pi k} \Rightarrow |w|^n = r, n(\varphi + I) = (\theta + I) + 2\pi k \\ \Rightarrow |w| &= \sqrt[n]{r}, \varphi + I = \frac{(\theta + I) + 2\pi k}{n} \Rightarrow w_k = \sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r} e^{i(\varphi + I)} = \sqrt[n]{r} e^{i\left(\frac{(\theta + I) + 2\pi k}{n}\right)} \\ \Rightarrow w_k &= \sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r} \cos\left(\frac{(\theta + I) + 2\pi k}{n}\right) + i \sqrt[n]{r} \sin\left(\frac{(\theta + I) + 2\pi k}{n}\right); \quad k = 0, 1, 2, \dots, n-1 \dots \dots (3) \end{aligned}$$

*Example 5.2.* Let  $z = e^{i(\frac{-\pi}{2} + I)}$  find  $\sqrt[3]{z}$ .

*Solution.*

$$w_k = \sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r} \cos\left(\frac{(\theta + I) + 2\pi k}{n}\right) + i \sqrt[n]{r} \sin\left(\frac{(\theta + I) + 2\pi k}{n}\right)$$

$$\Rightarrow w_k = \sqrt[n]{z} = \cos\left(\frac{\frac{-\pi}{2} + I + 2\pi k}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\frac{-\pi}{2} + I + 2\pi k}{3}\right)$$

$$k = 0 \Rightarrow w_0 = \cos\left(\frac{\frac{-\pi}{2} + I}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\frac{-\pi}{2} + I}{3}\right)$$

$$\Rightarrow w_0 = \cos\left(\frac{-\pi + 2I}{6}\right) + i \sin\left(\frac{-\pi + 2I}{6}\right)$$

By using (1) we have:

$$\frac{-\pi + 2I}{6} = \frac{-\pi}{6} + \frac{1}{3}I$$

$$\Rightarrow w_0 = \cos\left(\frac{-\pi}{6} + \frac{1}{3}I\right) + i \sin\left(\frac{-\pi}{6} + \frac{1}{3}I\right)$$

$$k = 1 \Rightarrow w_1 = \cos\left(\frac{\frac{-\pi}{2} + I + 2\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\frac{-\pi}{2} + I + 2\pi}{3}\right)$$



$$\Rightarrow w_1 = \cos\left(\frac{\frac{3\pi}{2} + I}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\frac{3\pi}{2} + I}{3}\right)$$

$$\Rightarrow w_1 = \cos\left(\frac{3\pi + 2I}{6}\right) + i \sin\left(\frac{3\pi + 2I}{6}\right)$$

By using (1) we have:

$$\frac{3\pi + 2I}{6} = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{3}I$$

$$\Rightarrow w_1 = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{1}{3}I\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{1}{3}I\right)$$

$$k = 2 \Rightarrow w_2 = \cos\left(\frac{\frac{-\pi}{2} + I + 4\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\frac{-\pi}{2} + I + 4\pi}{3}\right)$$

$$\Rightarrow w_2 = \cos\left(\frac{\frac{7\pi}{2} + I}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\frac{7\pi}{2} + I}{3}\right)$$

$$\Rightarrow w_2 = \cos\left(\frac{7\pi + 2I}{6}\right) + i \sin\left(\frac{7\pi + 2I}{6}\right)$$

By using (1) we have:

$$\left(\frac{7\pi + 2I}{6}\right) = \frac{7\pi}{6} + \frac{1}{3}I$$

$$\Rightarrow w_2 = \cos\left(\frac{7\pi}{6} + \frac{1}{3}I\right) + i \sin\left(\frac{7\pi}{6} + \frac{1}{3}I\right)$$

## 6. A neutrosophic complex Function.

*Definition 6.1*

Let  $z = (x + I) + i(y + I)$ ,  $w = (u + I) + i(v + I)$ , Then we call the function:

$$w = f(z) \Rightarrow w = (u + I) + i(v + I) = f((x + I) + i(y + I))$$

Is a neutrosophic complex Function.

*Example 6.2.* Let  $w = f(z) = |z|^2$  find the real part and imagine part.

*Solution.*

Let  $z = (x + I) + i(y + I)$ ,  $w = (u + I) + i(v + I)$ , then:

$$w = (u + I) + i(v + I) = \left(\sqrt{(x + I)^2 + (y + I)^2}\right)^2$$

$$\Rightarrow w = (u + I) + i(v + I) = x^2 + y^2 + (2x + 2y + 1)I$$

$$\Rightarrow (u + I) = x^2 + y^2 + (2x + 2y + 1)I, (v + I) = 0 + 0I$$

*Definition 6. 3.* Cauchy-Riemann conditions.

**Cartesian:**

Suppose that  $w = f(z)$  is a neutrosophic complex Function, where  $z = (x + I) + i(y + I)$ ,

$w = (u + I) + i(v + I)$ , Cauchy-Riemann conditions by Cartesian defined by the following form:

$$\begin{cases} \frac{\partial(u + I)}{\partial(x + I)} = \frac{\partial(v + I)}{\partial(y + I)} \\ \frac{\partial(v + I)}{\partial(x + I)} = -\frac{\partial(u + I)}{\partial(y + I)} \end{cases} \dots \dots (4)$$

And derivate for function  $w = f(z)$  defined by the following form:

$$\hat{f}(z) = \frac{\partial(u + I)}{\partial(x + I)} + i \frac{\partial(v + I)}{\partial(x + I)} \text{ or } \hat{f}(z) = \frac{\partial(u + I)}{\partial(y + I)} - i \frac{\partial(v + I)}{\partial(y + I)} \dots \dots (5)$$

Example 6.4. Let  $f(z) = z^2$ , prove  $\hat{f}(z) = 2z$ .

*Solution.*

Let  $z = (x + I) + i(y + I)$ ,  $w = (u + I) + i(v + I)$ , then:

$$(u + I) + i(v + I) = (x^2 - y^2 + 2(x - y)I + I) + i(2(x + I)(y + I))$$

$$\Rightarrow (u + I) = (x^2 - y^2 + 2(x - y)I + I)$$

$$\Rightarrow (v + I) = 2(x + I)(y + I)$$

Then:

$$\frac{\partial(u + I)}{\partial(x + I)} = 2x + 2I, \frac{\partial(u + I)}{\partial(y + I)} = -2y - 2I$$

$$\frac{\partial(v + I)}{\partial(x + I)} = 2y + 2I, \frac{\partial(v + I)}{\partial(y + I)} = 2x + 2I$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial(u + I)}{\partial(x + I)} = \frac{\partial(v + I)}{\partial(y + I)} \\ \frac{\partial(v + I)}{\partial(x + I)} = -\frac{\partial(u + I)}{\partial(y + I)} \end{cases}$$

Cauchy-Riemann conditions is satisfytion. Then we have:

$$\hat{f}(z) = \frac{\partial(u + I)}{\partial(x + I)} + i \frac{\partial(v + I)}{\partial(x + I)} \Rightarrow \hat{f}(z) = 2x + 2I + i(2y + 2I) = 2((x + I) + i(y + I)) = 2z$$

$$\Rightarrow \hat{f}(z) = 2z$$

**Polar:**

Suppose that  $w = f(z)$  is a neutrosophic complex Function, where  $z = re^{i(\theta + I)}$ ,  $w = (u + I) + i(v + I)$

Cauchy-Riemann conditions by Polar defined by the following form:

$$\begin{cases} \frac{\partial(u+I)}{\partial(r+I)} = \frac{1}{r} \frac{\partial(v+I)}{\partial(\theta+I)} \\ \frac{\partial(v+I)}{\partial(r+I)} = -\frac{1}{r} \frac{\partial(u+I)}{\partial(\theta+I)} \end{cases} \dots \dots (6)$$

And derivate for function  $w = f(z)$  defined by the following form:

$$\hat{f}(z) = e^{-i(\theta+I)} \left( \frac{\partial(u+I)}{\partial(r+I)} + i \frac{\partial(v+I)}{\partial(r+I)} \right) \text{ or } \hat{f}(z) = \frac{1}{r} e^{-i(\theta+I)} \left( \frac{\partial(v+I)}{\partial(\theta+I)} - i \frac{\partial(u+I)}{\partial(\theta+I)} \right) \dots \dots (7)$$

Example 6.5. Let  $f(z) = \frac{1}{z}$ , prove  $\hat{f}(z) = \frac{-1}{z^2}$ .

Solution.

Let  $z = re^{i(\theta+I)}$ ,  $w = (u+I) + i(v+I)$ , then:

$$\begin{aligned} (u+I) + i(v+I) &= \frac{1}{re^{i(\theta+I)}} = \frac{1}{r} e^{-i(\theta+I)} \\ \Rightarrow (u+I) + i(v+I) &= \frac{1}{r} \cos(\theta+I) - i \frac{1}{r} \sin(\theta+I) \\ \Rightarrow (u+I) &= \frac{1}{r} \cos(\theta+I) = \frac{1}{(r+I)-I} \cos(\theta+I) \\ \Rightarrow (v+I) &= -\frac{1}{(r+I)-I} \sin(\theta+I) \end{aligned}$$

Then:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(u+I)}{\partial(r+I)} &= -\frac{1}{((r+I)-I)^2} \cos(\theta+I) \\ \frac{\partial(u+I)}{\partial(\theta+I)} &= -\frac{1}{(r+I)-I} \sin(\theta+I) \\ \frac{\partial(v+I)}{\partial(r+I)} &= -\frac{1}{((r+I)-I)^2} \sin(\theta+I) \\ \frac{\partial(v+I)}{\partial(\theta+I)} &= -\frac{1}{(r+I)-I} \cos(\theta+I) \\ \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial(u+I)}{\partial(r+I)} = \frac{1}{r} \frac{\partial(v+I)}{\partial(\theta+I)} \\ \frac{\partial(v+I)}{\partial(r+I)} = -\frac{1}{r} \frac{\partial(u+I)}{\partial(\theta+I)} \end{cases} \end{aligned}$$

Cauchy-Riemann conditions is satisfytion. Then we have:

$$\Rightarrow \hat{f}(z) = e^{-i(\theta+I)} \left( \frac{\partial(u+I)}{\partial(r+I)} + i \frac{\partial(v+I)}{\partial(r+I)} \right)$$

$$\begin{aligned}
\hat{f}(z) &= e^{-i(\theta+I)} \left( -\frac{1}{((r+I)-I)^2} \cos(\theta+I) + i \frac{1}{((r+I)-I)^2} \sin(\theta+I) \right) \\
\Rightarrow \hat{f}(z) &= -\frac{1}{((r+I)-I)^2} e^{-i(\theta+I)} (\cos(\theta+I) - i \sin(\theta+I)) \\
\Rightarrow \hat{f}(z) &= -\frac{1}{((r+I)-I)^2} e^{-i(\theta+I)} e^{-i(\theta+I)} \\
\Rightarrow \hat{f}(z) &= -\frac{1}{((r+I)-I)^2} e^{-2i(\theta+I)} \\
\Rightarrow \hat{f}(z) &= -\frac{1}{(r+I)^2 - 2(r+I)I + I^2} e^{-2i(\theta+I)} \\
\Rightarrow \hat{f}(z) &= -\frac{1}{r^2 + 2rI + I^2 - 2rI - 2I^2 + I^2} e^{-2i(\theta+I)} \\
\Rightarrow \hat{f}(z) &= -\frac{1}{r^2 + 2rI + 2I^2 - 2rI - 2I^2} e^{-2i(\theta+I)} \\
\Rightarrow \hat{f}(z) &= -\frac{1}{r^2} e^{-2i(\theta+I)} = -\frac{1}{r^2 e^{2i(\theta+I)}} = -\frac{1}{(r e^{i(\theta+I)})^2} = \frac{-1}{z^2} \\
\Rightarrow \hat{f}(z) &= \frac{-1}{z^2}
\end{aligned}$$

## 7. A neutrosophic complex Harmonic Function.

Definition 7. 1.

Suppose that  $\mathbf{h} = \mathbf{h}(\mathbf{x} + \mathbf{I}, \mathbf{y} + \mathbf{I})$  is a neutrosophic real Function, we say  $\mathbf{h}(\mathbf{x} + \mathbf{I}, \mathbf{y} + \mathbf{I})$  is a neutrosophic harmonic Function, if satisfy the Laplas equation:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{h}}{\partial (\mathbf{x} + \mathbf{I})^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{h}}{\partial (\mathbf{y} + \mathbf{I})^2} = \mathbf{0} \dots \dots (8)$$

Definition 7. 2. A harmonic conjugate Cartesian.

Suppose that  $(\mathbf{u} + \mathbf{I}), (\mathbf{v} + \mathbf{I})$  is a neutrosophic harmonic Functions, we say  $(\mathbf{v} + \mathbf{I})$  is a harmonic conjugate by  $(\mathbf{u} + \mathbf{I})$ , if  $(\mathbf{u} + \mathbf{I}), (\mathbf{v} + \mathbf{I})$  are satisfy Cauchy- Riemann conditions.

Example 7.3. Let  $\mathbf{f}(\mathbf{z}) = \frac{1}{\mathbf{z}^2}$ .

- 1- Prove  $(\mathbf{u} + \mathbf{I}), (\mathbf{v} + \mathbf{I})$  are a neutrosophic harmonic Functions.
- 2- Find the harmonic conjugate  $(\mathbf{v} + \mathbf{I})$ .

Solution.

- 1- Let  $\mathbf{z} = (\mathbf{x} + \mathbf{I}) + \mathbf{i}(\mathbf{y} + \mathbf{I}), \mathbf{w} = (\mathbf{u} + \mathbf{I}) + \mathbf{i}(\mathbf{v} + \mathbf{I})$ , then:

$$\begin{aligned}
(\mathbf{u} + \mathbf{I}) + \mathbf{i}(\mathbf{v} + \mathbf{I}) &= (\mathbf{x}^2 - \mathbf{y}^2 + 2(\mathbf{x} - \mathbf{y})\mathbf{I} + \mathbf{I}) + \mathbf{i} 2(\mathbf{x} + \mathbf{I})(\mathbf{y} + \mathbf{I}) \\
\Rightarrow (\mathbf{u} + \mathbf{I}) &= (\mathbf{x}^2 - \mathbf{y}^2 + 2(\mathbf{x} - \mathbf{y})\mathbf{I} + \mathbf{I}) \\
\Rightarrow (\mathbf{v} + \mathbf{I}) &= 2(\mathbf{x} + \mathbf{I})(\mathbf{y} + \mathbf{I})
\end{aligned}$$

Then:

$$\begin{cases} \frac{\partial(u+I)}{\partial(x+I)} = 2x + 2I, & \frac{\partial(u+I)}{\partial(y+I)} = -2y - 2I \\ \frac{\partial(v+I)}{\partial(x+I)} = 2y + 2I, & \frac{\partial(v+I)}{\partial(y+I)} = 2x + 2I \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial^2(u+I)}{\partial(x+I)^2} = 2, & \frac{\partial^2(u+I)}{\partial(y+I)^2} = -2 \\ \frac{\partial^2(v+I)}{\partial(x+I)^2} = 0, & \frac{\partial^2(v+I)}{\partial(y+I)^2} = 0 \end{cases}$$

We have:

$$\frac{\partial^2(u+I)}{\partial(x+I)^2} + \frac{\partial^2(u+I)}{\partial(y+I)^2} = 2 - 2 = 0$$

The function  $(u+I)$  satisfy Laplac equation, so  $(u+I)$  is a neutrosophic harmonic Functions.

Similary we have:

$$\frac{\partial^2(v+I)}{\partial(x+I)^2} + \frac{\partial^2(v+I)}{\partial(y+I)^2} = 0 + 0 = 0$$

The function  $(v+I)$  satisfy Laplac equation, so  $(v+I)$  is a neutrosophic harmonic Functions.

2- We have:

$$\begin{cases} \frac{\partial(u+I)}{\partial(x+I)} = \frac{\partial(v+I)}{\partial(y+I)} \\ \frac{\partial(v+I)}{\partial(x+I)} = -\frac{\partial(u+I)}{\partial(y+I)} \end{cases}$$

Then  $(u+I), (v+I)$  are satisfy Cauchy Riemann conditions, forever  $(v+I)$  is a harmonic conjugate by  $(u+I)$ .

**Example 7.4.** Let  $(u+I) = 2(x+I) - 2(x+I)(y+I)$ . Finde Find the harmonic conjugate  $(v+I)$  and write  $f(z)$  by  $z$ .

**Solution.**

1- We prove the function  $(u+I)$  is a neutrosophic harmonic Function.

$$\frac{\partial(u+I)}{\partial(x+I)} = 2 - 2(y+I) \Rightarrow \frac{\partial^2(u+I)}{\partial(x+I)^2} = 0$$

$$\frac{\partial(u+I)}{\partial(y+I)} = -2(x+I) \Rightarrow \frac{\partial^2(u+I)}{\partial(y+I)^2} = 0$$

Then:

$$\frac{\partial^2(u+I)}{\partial(x+I)^2} + \frac{\partial^2(u+I)}{\partial(y+I)^2} = 0 + 0 = 0$$

Then  $(u + I)$  is a neutrosophic harmonic Function.

2- We use the first condition of Cauchy Riemann conditions. Then:

$$\frac{\partial(u + I)}{\partial(x + I)} = \frac{\partial(v + I)}{\partial(y + I)} \Rightarrow \frac{\partial(v + I)}{\partial(y + I)} = 2 - 2(y + I) \dots \dots (9)$$

3- We integral (9) for  $(y + I)$ , we have:

$$\begin{aligned} \int \frac{\partial(v + I)}{\partial(y + I)} d(y + I) &= \int (2 - 2(y + I)) d(y + I) + \psi(x + I) \\ \Rightarrow (v + I) &= 2(y + I) - (y + I)^2 + \psi(x + I) \dots \dots (10) \end{aligned}$$

Where  $\psi(x + I)$  is a constant integral.

4- We derivate (10) by  $(x + I)$ , we have:

$$\frac{\partial(v + I)}{\partial(x + I)} = \dot{\psi}(x + I)$$

5- We use the second condition of Cauchy Riemann conditions. Then:

$$\frac{\partial(v + I)}{\partial(x + I)} = -\frac{\partial(u + I)}{\partial(y + I)} \Rightarrow \dot{\psi}(x + I) = 2(x + I)$$

By integrating the latter, we obtain:

$$\begin{aligned} \int \dot{\psi}(x + I) d(x + I) &= \int 2(x + I) d(x + I) \\ \Rightarrow \psi(x + I) &= (x + I)^2 + a + bI \end{aligned}$$

6- we obtain:

$$(v + I) = 2(y + I) - (y + I)^2 + (x + I)^2 + a + bI$$

Now:

$$\begin{aligned} f(z) &= (u + I) + i(v + I) \\ \Rightarrow f(z) &= 2(x + I) - 2(x + I)(y + I) + i(2(y + I) - (y + I)^2 + (x + I)^2 + a + bI) \\ \Rightarrow f(z) &= 2(x + I) - 2(x + I)(y + I) + i2(y + I) - i(y + I)^2 + i(x + I)^2 + i(a + bI) \\ \Rightarrow f(z) &= 2((x + I) + i(y + I)) + i((x + I)^2 - (y + I)^2 + i2(x + I)(y + I)) + i(a + bI) \\ \Rightarrow f(z) &= 2z + iz^2 + i(a + bI). \end{aligned}$$

*Example 7.5.* Let  $(u + I) = e^{(x+I)} \cos(y + I)$ . Finde Find the harmonic conjugate  $(v + I)$  and write  $f(z)$  by  $z$ .

*Solution.*

1- We prove the function  $(u + I)$  is a neutrosophic harmonic Function.

$$\frac{\partial(u + I)}{\partial(x + I)} = e^{(x+I)} \cos(y + I) \Rightarrow \frac{\partial^2(u + I)}{\partial(x + I)^2} = e^{(x+I)} \cos(y + I)$$

$$\frac{\partial(u+I)}{\partial(y+I)} = -e^{(x+I)} \sin(y+I) \Rightarrow \frac{\partial^2(u+I)}{\partial(y+I)^2} = -e^{(x+I)} \cos(y+I)$$

Then:

$$\frac{\partial^2(u+I)}{\partial(x+I)^2} + \frac{\partial^2(u+I)}{\partial(y+I)^2} = e^{(x+I)} \cos(y+I) - e^{(x+I)} \cos(y+I) = 0$$

Then  $(u+I)$  is a neutrosophic harmonic Function.

2- We use the first condition of Cauchy Riemann conditions. Then:

$$\frac{\partial(u+I)}{\partial(x+I)} = \frac{\partial(v+I)}{\partial(y+I)} \Rightarrow \frac{\partial(v+I)}{\partial(y+I)} = e^{(x+I)} \cos(y+I) \dots \dots (11)$$

3- We integral (11) for  $(y+I)$ , we have:

$$\int \frac{\partial(v+I)}{\partial(y+I)} d(y+I) = \int (e^{(x+I)} \cos(y+I)) d(y+I) + \psi(x+I)$$

$$\Rightarrow (v+I) = e^{(x+I)} \sin(y+I) + \psi(x+I) \dots \dots (12)$$

Where  $\psi(x+I)$  is a constant integral.

4- We derivate (12) by  $(x+I)$ , we have:

$$\frac{\partial(v+I)}{\partial(x+I)} = e^{(x+I)} \sin(y+I) + \psi'(x+I)$$

5- We use the second condition of Cauchy Riemann conditions. Then:

$$\frac{\partial(v+I)}{\partial(x+I)} = -\frac{\partial(u+I)}{\partial(y+I)}$$

$$\Rightarrow -e^{(x+I)} \sin(y+I) - \psi'(x+I) = -e^{(x+I)} \sin(y+I)$$

$$\Rightarrow \psi'(x+I) = 0$$

By integrating the latter, we obtain:

$$\int \psi'(x+I) d(x+I) = \int (0) d(x+I)$$

$$(x+I) \Rightarrow \psi = a + bI$$

6- we obtain:

$$(v+I) = e^{(x+I)} \sin(y+I) + a + bI$$

Now:

$$f(z) = (u+I) + i(v+I)$$

$$\Rightarrow f(z) = e^{(x+I)} \cos(y+I) + i(e^{(x+I)} \sin(y+I) + a + bI)$$

$$\Rightarrow f(z) = e^{(x+I)} \cos(y+I) + ie^{(x+I)} \sin(y+I) + i(a + bI)$$

$$\Rightarrow f(z) = e^{(x+I)} (\cos(y+I) + i \sin(y+I)) + i(a + bI)$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow f(z) &= e^{(x+I)} e^{i(y+I)} + i(a + bI) \\ \Rightarrow f(z) &= e^{(x+I)+i(y+I)} + i(a + bI) \\ \Rightarrow f(z) &= e^z + i(a + bI).\end{aligned}$$

**Example 7.6.** Let  $(u + I) = e^{(y+I)} \cos(x + I)$ . Find the harmonic conjugate  $(v + I)$  and write  $f(z)$  by  $z$ , and find  $\bar{f}(z)$ .

**Solution.**

1- We prove the function  $(u + I)$  is a neutrosophic harmonic Function.

$$\begin{aligned}\frac{\partial(u + I)}{\partial(x + I)} &= -e^{(y+I)} \sin(x + I) \Rightarrow \frac{\partial^2(u + I)}{\partial(x + I)^2} = -e^{(y+I)} \cos(x + I) \\ \frac{\partial(u + I)}{\partial(y + I)} &= e^{(y+I)} \cos(x + I) \Rightarrow \frac{\partial^2(u + I)}{\partial(y + I)^2} = e^{(y+I)} \cos(x + I)\end{aligned}$$

Then:

$$\frac{\partial^2(u + I)}{\partial(x + I)^2} + \frac{\partial^2(u + I)}{\partial(y + I)^2} = -e^{(y+I)} \cos(x + I) + e^{(y+I)} \cos(x + I) = 0$$

Then  $(u + I)$  is a neutrosophic harmonic Function.

2- We use the first condition of Cauchy Riemann conditions. Then:

$$\frac{\partial(u + I)}{\partial(x + I)} = \frac{\partial(v + I)}{\partial(y + I)} \Rightarrow \frac{\partial(v + I)}{\partial(y + I)} = -e^{(y+I)} \sin(x + I) \dots \dots (13)$$

3- We integral (13) for  $(y + I)$ , we have:

$$\begin{aligned}\int \frac{\partial(v + I)}{\partial(y + I)} d(y + I) &= \int (-e^{(y+I)} \sin(x + I)) d(y + I) + \psi(x + I) \\ \Rightarrow (v + I) &= -e^{(y+I)} \sin(x + I) + \psi(x + I) \dots \dots (14)\end{aligned}$$

Where  $\psi(x + I)$  is a constant integral.

4- We derivate (14) by  $(x + I)$ , we have:

$$\frac{\partial(v + I)}{\partial(x + I)} = -e^{(y+I)} \cos(x + I) + \dot{\psi}(x + I)$$

5- We use the second condition of Cauchy Riemann conditions. Then:

$$\begin{aligned}\frac{\partial(v + I)}{\partial(x + I)} &= -\frac{\partial(u + I)}{\partial(y + I)} \\ \Rightarrow e^{(y+I)} \cos(x + I) - \dot{\psi}(x + I) &= e^{(y+I)} \cos(x + I) \\ \Rightarrow \dot{\psi}(x + I) &= 0\end{aligned}$$

By integrating the latter, we obtain:

$$\int \dot{\psi}(x + I) d(x + I) = \int (0) d(x + I)$$



$$\Rightarrow \psi(x + I) = a + bI$$

6- we obtain:

$$(v + I) = -e^{(y+I)} \sin(x + I) + a + bI$$

Now:

$$\begin{aligned} f(z) &= (u + I) + i(v + I) \\ \Rightarrow f(z) &= e^{(y+I)} \cos(x + I) + i(-e^{(y+I)} \sin(x + I) + a + bI) \\ \Rightarrow f(z) &= e^{(y+I)} \cos(x + I) - ie^{(y+I)} \sin(x + I) + i(a + bI) \\ \Rightarrow f(z) &= e^{(y+I)} (\cos(x + I) - ie^{(y+I)} \sin(x + I)) + i(a + bI) \\ \Rightarrow f(z) &= e^{(y+I)} e^{-i(x+I)} + i(a + bI) \\ \Rightarrow f(z) &= e^{(y+I)-i(x+I)} + i(a + bI) \\ \Rightarrow f(z) &= e^{-i((x+I)+i(y+I))} + i(a + bI) \\ \Rightarrow f(z) &= e^{-iz} + i(a + bI). \end{aligned}$$

Now:

$$\begin{aligned} \hat{f}(z) &= \frac{\partial(u + I)}{\partial(x + I)} + i \frac{\partial(v + I)}{\partial(x + I)} \\ \Rightarrow \hat{f}(z) &= -e^{(y+I)} \sin(x + I) - ie^{(y+I)} \cos(x + I) \\ \Rightarrow \hat{f}(z) &= -ie^{(y+I)} \left( \cos(x + I) + \frac{1}{i} \sin(x + I) \right) \\ \Rightarrow \hat{f}(z) &= -ie^{(y+I)} (\cos(x + I) - i \sin(x + I)) \\ \Rightarrow \hat{f}(z) &= -ie^{(y+I)} e^{-i(x+I)} \\ \Rightarrow \hat{f}(z) &= -ie^{(y+I)} e^{-i(x+I)} \\ \Rightarrow \hat{f}(z) &= -ie^{-i((x+I)+i(y+I))} \\ \Rightarrow \hat{f}(z) &= -ie^{-iz} \end{aligned}$$

Example 7.7. Find the value of  $\alpha, \beta$  for the function:

$$(u + I) = \alpha(x + I)^2(y + I) + \beta(y + I)^2 - 3(y + I)^3 + 2(x + I)^2$$

is a harmonic function. And find the harmonic conjugate  $(v + I)$  and write  $f(z)$  by  $z$ , and find  $\hat{f}(z)$ .

*Solution.*

The function  $(u + I)$  is a harmonic function is it satisfy the Laplac equation.

$$\frac{\partial^2(u + I)}{\partial(x + I)^2} + \frac{\partial^2(u + I)}{\partial(y + I)^2} = 0$$

Now we have:

$$\frac{\partial^2(u + I)}{\partial(x + I)^2} + \frac{\partial^2(u + I)}{\partial(y + I)^2} = 0$$

$$\frac{\partial(u+I)}{\partial(x+I)} = 2\alpha(x+I)(y+I) + 4(x+I)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2(u+I)}{\partial(x+I)^2} = 2\alpha(y+I) + 4$$

$$\frac{\partial(u+I)}{\partial(y+I)} = \alpha(x+I)^2 + 2\beta(y+I) - 9(y+I)^2$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2(u+I)}{\partial(y+I)^2} = 2\beta - 18(y+I)$$

$$\frac{\partial^2(u+I)}{\partial(x+I)^2} + \frac{\partial^2(u+I)}{\partial(y+I)^2} = 0 \Rightarrow 2\alpha(y+I) + 4 + 2\beta - 18(y+I) = 0$$

$$\Rightarrow (2\alpha - 18)(y+I) + 4 + 2\beta = 0 = 0(y+I) + 0$$

Then, we have:

$$\begin{cases} 2\alpha - 18 = 0 \\ 4 + 2\beta = 0 \end{cases} \Rightarrow \alpha = 9, \beta = -2$$

Then:

$$(u+I) = 9(x+I)^2(y+I) - 2(y+I)^2 - 3(y+I)^3 + 2(x+I)^2$$

Now a harmonic conjugate:

$$\frac{\partial(u+I)}{\partial(x+I)} = 18(x+I)(y+I) + 4(x+I)$$

$$\frac{\partial(u+I)}{\partial(y+I)} = 9(x+I)^2 - 4(y+I) - 9(y+I)^2$$

1- We use the first condition of Cauchy Riemann conditions. Then:

$$\frac{\partial(u+I)}{\partial(x+I)} = \frac{\partial(v+I)}{\partial(y+I)} \Rightarrow \frac{\partial(v+I)}{\partial(y+I)} = 18(x+I)(y+I) + 4(x+I) \dots \dots (15)$$

2- We integral (15) for  $(y+I)$ , we have:

$$\int \frac{\partial(v+I)}{\partial(y+I)} d(y+I) = \int (18(x+I)(y+I) + 4(x+I)) d(y+I) + \psi(x+I)$$

$$\Rightarrow (v+I) = 9(y+I)^2(x+I) + 4(x+I)(y+I) + \psi(x+I) \dots \dots (16)$$

Where  $\psi(x+I)$  is a constant integral.

3- We derivate (16) by  $(x+I)$ , we have:

$$\frac{\partial(v+I)}{\partial(x+I)} = -9(y+I)^2 + 4(y+I) + \dot{\psi}(x+I)$$

4- We use the second condition of Cauchy Riemann conditions. Then:

$$\frac{\partial(v+I)}{\partial(x+I)} = -\frac{\partial(u+I)}{\partial(y+I)}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow 9(x+I)^2 - 4(y+I) - 9(y+I)^2 &= -9(y+I)^2 - 4(y+I) - \dot{\psi}(x+I) \\ \Rightarrow \dot{\psi}(x+I) &= -9(x+I)^2\end{aligned}$$

By integrating the latter, we obtain:

$$\begin{aligned}\int \dot{\psi}(x+I)d(x+I) &= \int -9(x+I)^2d(x+I) \\ \Rightarrow \psi(x+I) &= -3(x+I)^3 + a + bI\end{aligned}$$

5- we obtain:

$$(v+I) = 9(y+I)^2(x+I) + 4(x+I)(y+I) - 3(x+I)^3 + a + bI$$

Now:

$$\begin{aligned}f(z) &= (u+I) + i(v+I) \\ \Rightarrow f(z) &= 9(x+I)^2(y+I) - 2(y+I)^2 - 3(y+I)^3 + 2(x+I)^2 \\ &\quad + i(9(y+I)^2(x+I) + 4(x+I)(y+I) - 3(x+I)^3 + a + bI) \\ \Rightarrow f(z) &= 9(x+I)^2(y+I) - 2(y+I)^2 - 3(y+I)^3 + 2(x+I)^2 + i9(y+I)^2(x+I) + i4(x+I)(y+I) \\ &\quad - i3(x+I)^3 + i(a + bI) \\ \Rightarrow f(z) &= 2((x+I)^2 - (y+I)^2 + i(x+I)(y+I)) - i3(x+I)^3 + i^23(y+I)^3 - i^29(x+I)^2(y+I) \\ &\quad + i9(y+I)^2(x+I) + i(a + bI) \\ \Rightarrow f(z) &= 2((x+I) + i(y+I))^2 - 3i((x+I)^3 - i(y+I)^3 + 3i(x+I)^2(y+I) - 3i(y+I)^2(x+I)) \\ &\quad + i(a + bI) \\ \Rightarrow f(z) &= 2((x+I) + i(y+I))^2 - 3i((x+I) + i(y+I))^3 + i(a + bI) \\ \Rightarrow f(z) &= 2z^2 - 3iz^3 + i(a + bI)\end{aligned}$$

Now:

$$\begin{aligned}\dot{f}(z) &= \frac{\partial(u+I)}{\partial(x+I)} + i \frac{\partial(v+I)}{\partial(x+I)} \\ \Rightarrow \dot{f}(z) &= 18(x+I)(y+I) + 4(x+I) + i(9(y+I)^2 + 4(y+I) - 9(x+I)^2) \\ \Rightarrow \dot{f}(z) &= 18(x+I)(y+I) + 4(x+I) + i9(y+I)^2 + i4(y+I) - i9(x+I)^2 \\ \Rightarrow \dot{f}(z) &= 4((x+I) + i(y+I)) - i9((x+I)^2 - (y+I)^2 + 2i(x+I)(y+I)) \\ \Rightarrow \dot{f}(z) &= 4((x+I) + i(y+I)) - i9((x+I) + i(y+I))^2 \\ \Rightarrow \dot{f}(z) &= 4z - 9iz^2\end{aligned}$$

## 8. Conclusion

In this paper, a new type of complex functions has been defined by using the neutrosophic real number and neutrosophic complex number, Moreover, we studied a harmonic function, harmonic conjugate, and Cauchy Riemann conditions. Also solutions of other types of neutrosophic complex equations can be found depending on the complex numbers. We will work on this in the future.

## References

1. F .Smarandache,; "Introduction to Neutrosophic statistics", Sitech-Education Publisher, PP:34-44. 2014. VStudy of The Integration of Thick

23. F.Smarandache. "Finite Neutrosophic Complex Numbers, by W. B. Vasantha Kandasamy". Zip pubulsher, Columbus, Ohio, USA, PP1-16, 2011.
24. Y. Alhasan., "Concepts of Neutrosophic Complex Numbers", International Journal of Neutrosophic Science, Vol.8, 9-18, 2020.
25. R. Alhamido, M.Ismail, F .Smarandache; "The Polar form of a Neutrosophic Complex Number", International Journal of Neutrosophic Science, Vol.10, 36-44, 2020.
26. F. Smarandache "Neutrosophic Precalculus and Neutrosophic calclus", EuropaNova asbl, Clo du Parnasse, 3E 1000, Bruxelles, Belgium, 2015.
27. F. Smarandache , Huda E.Khalid, "Neutrosophic Precalculus and Neutrosophic Calclus", Second enlarged edition, Pons asbl, 5, Quai du Batelage, Bruxelles, Belgium, European Union, 2018.
28. L. Zadeh, "Fuzzy sets, Inform and Control", 8, pp.338-353, 1965.
29. A. A Salama; I. M Hanafy; Hewayda Elghawalby Dabash M.S,"Neutrosophic Crisp Closed Region and Neutrosophic Crisp Continuous Functions", New Trends in Neutrosophic Theory and Applications.
30. A. A Salama; Hewayda Elghawalby; M.S. Dabash; A. M. NASR ,"Retrac Neutrosophic Crisp System For Gray Scale Image", Asian Journal of Mathematics and Computer Research, Vol. 24, 104-117-22, 2018.
31. A. A Salama,"Basic Structure of Some Classes of Neutrosophic Crisp Nearly Open Sets & Possible Application to GIS Topology", Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 7, 18-22, 2015.
32. A. A Salama, F. Smarandache," Neutrosophic Crisp Set Theory", Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 5, 1-9, 2014.
33. F. Smarandache, "Neutrosophy and Neutrosophic Logic, First International Conference on Neutrosophy, Neutrosophic Logic, Set, Probability, and Statistics", University of New Mexico, Gallup, NM 87301, USA ,2002
34. A. A Salama; I. M Hanafy; Hewayda Elghawalby Dabash M.S, Neutrosophic Crisp Closed RRegion and Neutrosophic Crisp Continuous Functions, New Trends in Neutrosophic Theory and Applications.
35. A. A Salama; Hewayda Elghawalby; M.S, Dabash; A.M. NASR, Retrac Neutrosophic Crisp System For Gray Scale Image, Asian Journal Of Mathematics and Computer Research, Vol 24, 104-117, (2018).
36. F. smarandache. "Neutrosophy and Neutrosophic Logic, First International Conference on Neutrosophy, neutrosophic Logic, Set, Probability, and Statistics" University of New Mexico, Gallup, NM87301, USA 2002.
37. M. Abdel-Basset; E. Mai. Mohamed; C. Francisco; H. Z. Abd EL-Nasser. "Cosine similarity measures of bipolar neutrosophic set for diagnosis of bipolar disorder diseases" Artificial Intelligence in Medicine Vol. 101, 101735, (2019).
38. M. Abdel-Basset; E. Mohamed; G. Abdullah; and S. Florentin. "A novel model for evaluation Hospital medical care systems based on plithogenic sets" Artificial Intelligence in Medicine 100 (2019), 101710.
39. M. Abdel-Basset; G. Gunasekaran Mohamed; G. Abdullah. C. Victor, "A Novel Intelligent Medical Decision Support Model Based on soft Computing and Iot" IEEE Internet of Things Journal, Vol. 7, (2019).
40. M. Abdel-Basset; E. Mohamed; G. Abdullah; G. Gunasekaran; L. Hooang Viet." A novel group decision making model based on neutrosophic sets for heart disease diagnosis" Multimedia Tools and Applications, 1-26, (2019).
41. A. A Salama. Basic Structure of Some Classes of Neutrosophic Crisp Nearly Open Sets and Possible Application to GIS Topology. Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 7, 18-22, (2015).
42. A. A Salama; F. Smarandache. Neutrosophic Set Theory, Neutrosophic Sets and Systems, Vol. 5, 1-9, (2014).
43. F. Smarandache, The Neutrosophic Triplet Group and its Application to physics, Seminar Universidad Nacional de Quilmes , Department of science and Technology, Beunos Aires, Argentina, 20 June 2014.
44. A. B.AL-Nafee; R.K. Al-Hamido; F.Smarandache. "Separation Axioms In Neutrosophic Crisp Topological Spaces", Neutrosophic Sets and Systems, vol. 25, 25-32, (2019).
45. R.K. Al-Hamido, Q. H. Imran, K. A. Alghurabi, T. Gharibah, "On Neutrosophic Crisp Semi Alpha Closed Sets", Neutrosophic Sets and Systems", vol. 21, 28-35, (2018).
46. Q. H. Imran, F. Smarandache, R.K. Al-Hamido, R. Dhavasselan, "On Neutrosophic Semi Alpha open Sets", Neutrosophic Sets and Systems, vol. 18, 37-42, (2017).
47. Al-Hamido, R. K.; "A study of multi-Topological Spaces", PhD Theses, AlBaath university , Syria, (2019).

48. Al-Hamido, R. K.; "Neutrosophic Crisp Supra Bi-Topological Spaces", International Journal of Neutrosophic Science, Vol. 1, 66-73, (2018).
49. R.K. Al-Hamido, "Neutrosophic Crisp Bi-Topological Spaces", Neutrosophic Sets and Systems, vol. 21, 66-73, (2018).
50. R.K. Al-Hamido, T. Gharibah, S. Jafari F.Smarandache, "On Neutrosophic Crisp Topology via N-Topology", Neutrosophic Sets and Systems, vol. 21, 96-109, (2018).
51. A. Hatip, "The Special Neutrosophic Functions," International Journal of Neutrosophic Science (IJNS), p. 13, 12 May 2020.

*Article*

# A Multi-objective Transportation Data Problems and their Based on Fuzzy Random Variables

A.A.Salama<sup>1</sup>, M .Elsayed Wahed<sup>2</sup> and Eman Yousif<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Department of Mathematics and Computer Sciences, Faculty of Sciences, Port Said University, Egypt; drsalama44@gmail.com; ahmed\_salama\_2000@sci.psu.edu.eg

<sup>2</sup> Faculty of Computers and Informatics, Suez Canal University, Ismailia, Egypt; mewahed@yahoo.com

<sup>3</sup> Department of Mathematics and Computer Sciences, Faculty of Sciences, Port Said University, Egypt; emanyousif79@hotmail.com

Received: 10 September 2020; Accepted: 28 October 2020; Published: date

**Abstract:** This paper is specialized with fuzzy random multi-objective unbalanced transportation data problems by using of fuzzy programming technique when the sources and destination parameters are fuzzy random variables in inequality type of constraints. In this paper, we focus on the solution procedure of the specified transportation data problems where the objective functions are minimization type and supplies and demands are replaced by the fuzzy random variables. We first convert the fuzzy random multi-objective unbalanced transportation problem into deterministic problem by using fuzzy random chance constraints approach. By introducing the concept of linear membership function of fuzzy programming, multi-objective deterministic transportation problem is converted into single objective deterministic problem and then we solve it and we obtain the optimal compromise solution. Lastly a numerical example is provided for illustration the methodology.

**Keywords:** Fuzzy Programming, Fuzzy Random chance constrained programming, Stochastic Transportation Data Problems, Multi-objective Decision Making.

## 1. Introduction

A linear programming problem is said to be probabilistic linear programming (PLP) [23] problem if one or more of the parameters is known only by its probability distribution. These problems can be solved by one of the following principal approaches: (i) Expected value model (EVM), which optimizes expected objective function subject to some expected constraints (see, Sengpta [24] ; Liu [18]), (ii) Linear programming under uncertainty which, in some special cases, is called two stages programming under uncertainty. The two-stage approach was inutility presented Dantizing [10], and (iii) Chance-constrained programming (CCP) developed by Charnce and Cooper [7, 8, 9], (CCP) offers a powerful means of modeling stochastic decision systems with the assumption that the stochastic constraints will hold at least the  $100(\alpha)\%$  of time.

Stancu-Minasian and Wets [25] discussed different stochastic multi objective programming problems; the chebyshev's problem, the stochastic goal programming problem, the fractional programming problem and the multiple minimum-risk problem. Armstrong and Balintfly [2] studied the stochastic linear VOP by using the disjoint chance-constrained approach to solve the problem in case of the left hand side parameters are independent random variables normally distributed. Stancu-Minasian [26] solved a stochastic linear multi objective programming problem with random parameters in the objectives. A general review of stochastic multi objective programming problems

could be found in references [16, 23]. The fuzzy mathematical programming can be classified into three categories in view of the kinds of uncertainties treated in the method. The fuzzy mathematical programming in the first category was initially developed by Bellman and zadeh [3]. Tanaka and Asai [24] and Zimmerman [29, 30]. It treats decision making problem under fuzzy goals and constraints. The fuzzy goals and constraints represent the flexibility of the target values of objective functions and the elasticity of constraints.

The second category in fuzzy mathematical programming treats ambiguous coefficients of objective functions and constraints. Dubois and Prad [11] treated systems of linear equations with ambiguous coefficients suggesting the possible application to fuzzy mathematical programming for the first time. This kind of programming is called possibilistic programming that has been approached by many authors in the literature such as Dubois [11,12, 13], Buckley [6], and others.

The last type of fuzzy mathematical programming treats ambiguous coefficient as well as vague decision maker's. For optimization problems with fuzzy random information, we need fuzzy random programming to model them. Some fuzzy random linear programming with single objective has been discussed by several researchers, see, e.g., Wang and Qiao [28]. They incorporated fuzzy random variable coefficients in linear programming, within the "here and now" and the "wait and see" philosophies. Luhandjula and Gupta [20] described an approach for solving a linear program with fuzzy random. Liu [18,19] presented a new concept of chance of fuzzy random events and then constructs a general framework of fuzzy random chance-constrained program (CCP). Abo El-Kheir [1] presented a new concept of fuzzy random chance constrained linear programming when fuzzy number is symmetric and random variables are normal (by using LR fuzzy number).

The transportation problem is an earliest application of linear programming problem. Hitchcock [15] was first developed the basis concept of transportation problem and later discussed in detailed by Koopmans [17]. In 1973, Appa [3] considered variants of the transportation in which all constraints involving the supply and demand are of inequality type. However, he has not considered the supply and demand constraints are of mixed type. Brigden [5] extended the concept of Appa [3] and considered the mixed type constraints. Then the original problem is converted into a related transportation problem with equality type of constraints by augmenting the original problem with the addition of two sources and two destinations. He obtained the optimal solution of the original problem from the optimal solution of transformed transportation problem. Mahapatra, Roy and Biswal [21] considered the fuzzy programming technique to stochastic multi-objective unbalanced transportation problem when the sources and the destination parameters are random variables.

### 1.1 Multi-objective Transportation Problem (MOTP).

Consider  $m$  origin (or supply)  $O_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, m$ ) and  $n$  destination (or demand)  $D_j$  ( $j = 1, 2, 3, \dots, n$ ). The sources may be production facilities and they are characterized by available supplies  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_m$ . The destination may be public destination center and they are characterized by demand level  $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$ . A penalty  $c_{ij}$  is transportation cost or time cost, associated from origin  $i$  to the destination  $j$  and the variables  $x_{ij}$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, m$ ,  $j = 1, 2, 3, \dots, n$  are represented the unknown quantity goods to be transported from origin  $O_i$  to destination  $D_j$ .

The single objective transportation problem can be extended to multi-

Objective transportation problem by considering the  $k$ -th ( $k = 1, 2, 3, \dots, K$ ) cost coefficients  $c_{ij}^k$  ( $k = 1, 2, 3, \dots, K$ ) in the objective functions. Then the mathematical model of multi-objective transportation problem can be represented as follows:

$$\text{Model: } \min z_k = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}^k x_{ij} \quad k=1, 2, 3, \dots, K \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, i = 1, 2, 3, \dots, m \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (3)$$

$$x_{ij} \geq 0, i = 1, 2, 3, \dots, m, j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (4)$$

The balanced transportation problem is defined when the total availability at supply point is equal to the total requirement at demand point with an equilibrium condition ( $\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$ ) for the existence of a feasible solution.

## 2. Mathematical Model Involving Fuzzy Random Multi-Objective Transportation Problem (FRMOTP).

Here, we have presented the mathematical model of fuzzy random multi-objective transportation problem (FRMOTP) as follows:

$$\text{Mode2: } \min z_k = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}^k x_{ij} \quad k = 1, 2, 3, \dots, K \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i(\omega), i = 1, 2, 3, \dots, m \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j(\omega), j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (7)$$

$$x_{ij} \geq 0, i = 1, 2, 3, \dots, m, j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (8)$$

Where:  $a_i(\omega)$  is an m- vector of fuzzy random coefficients,

$b_j(\omega)$  is an n- vector of fuzzy random coefficients.

### 2.1 LR Fuzzy Random Variables.

$b_{LR} = (m, l, r)_{LR}$  ( see [1 ]) is said to be fuzzy random variables if  $(m, l, r)$  are random variables, and this is rather convenient representation to model “numbers approximately to random variables.

(i) The fuzzy random vector,  $b_j(\omega)$ ,  $j = 1, \dots, n$  in (7) can be represented as follows:

$$b_j(\omega) = m_j + r_j b_{jR}(\alpha) - l_j b_{jL}(\alpha), \quad j = 1, \dots, n, \quad (9)$$

where

$$b_{jL}(\alpha) = \frac{1}{L_j(\alpha)}, \quad j = 1, \dots, n \quad (10)$$

$$b_{jR}(\alpha) = \frac{1}{R_j(\alpha)}, \quad j = 1, \dots, n$$

The linearity of the expectation leads to

$$E(b_j(\omega)) = m_j + r_j b_{jR}(\alpha) - l_j b_{jL}(\alpha), \quad j = 1, \dots, n$$

If  $m, r, l$  are independent then from theorem 2(see Abo El-Kheir [1]) we have

$$V(b_j(\omega)) = V(m_j) + \|R\|_2^2 V(r_j) - \|L\|_2^2 V(l_j).$$

For a symmetric triangular fuzzy number suppose the following



$$(11) \begin{aligned} L_j(x) &= 1-x, & x > 0, & \quad j=1, \dots, n, \\ R_j(x) &= 1-x, & x < 0, & \quad j=1, \dots, n, \end{aligned}$$

The  $\alpha$  - Level set of  $L_j(x)$  and  $R_j(x)$  can be written as follows:

$$0 \leq \alpha < 1. \quad (12) \quad L_j(x) = R_j(x) = 1-x \geq \alpha,$$

For equation (9)  $(m_j, r_j, l_j)$   $j=1, \dots, m$  are independent normal distributions, see Abo El-Kheir [1].

ii) The fuzzy random vector  $a_i(\omega)$ ,  $i=1, \dots, m$  can be represented as follows:

$$i=1, \dots, m, \quad (13) \quad a_i(\omega) = w_i + q_i a_{iR}(\alpha) - s a_{iL}(\alpha),$$

where

$$\begin{aligned} i=1, \dots, m, \quad (14) \quad a_{iL}(\alpha) &= \frac{1}{L_i(\alpha)}, \\ i=1, \dots, m. \quad a_{iR}(\alpha) &= \frac{1}{R_i(\alpha)}, \end{aligned}$$

For a symmetric triangular fuzzy number suppose the following

$$\begin{aligned} x > 0, \quad i=1, \dots, m, \quad L_i(x) &= 1-x, \\ x < 0, \quad i=1, \dots, m. \quad R_i(x) &= 1-x, \end{aligned}$$

The  $\alpha$  - Level set of  $L_i(x)$  and  $R_i(x)$  can be written as follows:

$$0 \leq \alpha < 1. \quad (15) \quad L_i(x) = R_i(x) = 1-x \geq \alpha,$$

For equation(13)  $(w_i, q_i, s_i)$ ,  $i=1, \dots, m$  are independent normal distributions.

In our study we will focus on this case of fuzzy random vectors  $b_j(\omega), a_i(\omega)$  when  $(m_j, r_j, l_j)$  and  $(w_i, q_i, s_i)$  are independent and have normal distributions as follows (see Abo El-Kheir [1]):

$$(i) \quad r_j = l_j = m_j \sim N(\mu_j, \sigma_j^2), \quad j=1, \dots, n \quad (16)$$

$$j=1, \dots, n \quad (17) \quad E(b_j(\omega)) = \mu_j + \frac{1}{1-\alpha} \mu_j - \frac{1}{1-\alpha} \mu_j = \mu_j,$$

$$j=1, \dots, n \quad (18) \quad V(b_j(\omega)) = \sigma_j^2 + \frac{1}{6} \sigma_j^2 + \frac{1}{6} \sigma_j^2 = \frac{4}{3} \sigma_j^2,$$

$$j=1, \dots, n \quad F(u_j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma} \int_{-\infty}^u \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(b_s(\omega) - \mu_s)^2}{\frac{4}{3} \sigma_s^2}\right) d b_s(\omega),$$

$$(ii) \quad w_i = q_i = s_i \sim N(v_i, \eta_i^2), \quad i=1, \dots, m \quad (19)$$

$$i=1, \dots, m, \quad (20) \quad E(a_i(\omega)) = v_i,$$

$$i=1, \dots, m. \quad (21) \quad V(a_i(\omega)) = \frac{4}{3} \eta_i^2,$$

### 3. The Fuzzy Random Chance Constrained Multi-Objective Transportation Problem (FRMOTP).

Liu [7] define problem (5-8) as a fuzzy random chance-constrained Multi-objective transportation problem (FRMOTP). The fuzzy random chance-constrained MOTP problem (5-8) degenerates to stochastic chance-constrained MOTP and it can be written as follows:

$$\textbf{Model 3: } \min z_k = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}^k x_{ij} \quad k=1, 2, 3, \dots, K \quad (22)$$

$$\Pr\left(\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i\right) \geq 1 - \gamma_i, i=1, 2, 3, \dots, m \quad (23)$$

$$\Pr\left(\sum_{i=1}^m x_{ij} \leq b_j\right) \geq 1 - \beta_j, j=1, 2, 3, \dots, n \quad (24)$$

$$x_{ij}, i=1, 2, 3, \dots, m, j=1, 2, 3, \dots, n \quad (25)$$

Where  $0 \leq \beta_j \leq 1$ ,  $j=1, \dots, n$ , and  $0 \leq \gamma_i \leq 1$ ,  $i=1, \dots, m$ . The above problem is multi-objective stochastic transportation problem where  $a_i$  ( $i=1, 2, 3, \dots, m$ ) and  $b_j$  ( $j=1, 2, 3, \dots, n$ ) are random variables with known distributions and  $c_{ij}^k$ ,  $k=1, 2, 3, \dots, K$  is deterministic cost coefficients for  $i=1, \dots, m$  and  $j=1, \dots, n$ .

Probabilistic chance constraints (23-25) can be written as follows:

$$\Pr\left(\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i\right) \geq p_i, i=1, 2, 3, \dots, m \quad (26)$$

$$(27) \Pr\left(\sum_{i=1}^m x_{ij} \geq b_j\right) \geq q_j, j=1, 2, 3, \dots, n$$

$$x_{ij} \geq 0, i=1, 2, 3, \dots, m, j=1, 2, 3, \dots, n \quad (28)$$

The Probabilistic chance constraints (26-28) can be  $1 - \beta_j = q_j$  Where  $1 - \gamma_i = p_i$ , transformed as follows:

$$\Pr\left(\frac{\sum_{j=1}^n x_{ij} - v_i}{\sqrt{v(a_i)}} \leq \frac{a_i - v_i}{\sqrt{v(a_i)}}\right) \geq p_i, i=1, 2, 3, \dots, m \quad (29)$$

$$\Pr\left(\frac{\sum_{i=1}^m x_{ij} - \mu_j}{\sqrt{v(b_j)}} \geq \frac{b_j - \mu_j}{\sqrt{v(b_j)}}\right) \geq q_j, j=1, 2, 3, \dots, n \quad (30)$$

$$x_{ij}, i=1, 2, 3, \dots, m, j=1, 2, 3, \dots, n \quad (31)$$

Let  $\Phi(\cdot)$  denote the cumulative density function of the standard normal variate evaluated at  $z$ . then the constraints (29-31) can be stated as

$$1 - \Phi\left(\frac{a_i - v_i}{\sqrt{\frac{4}{3}\eta_i^2}} \geq \frac{\sum_{j=1}^n x_{ij} - v_i}{\sqrt{\frac{4}{3}\eta_i^2}}\right) \geq p_i, i=1, 2, 3, \dots, m \quad (32)$$

$$\Phi\left(\frac{b_j - \mu_j}{\sqrt{\frac{4}{3}\sigma_j^2}} \leq \frac{\sum_{i=1}^m x_{ij} - \mu_j}{\sqrt{\frac{4}{3}\sigma_j^2}}\right) \geq q_j, j=1, 2, 3, \dots, n \quad (33)$$

$$x_{ij} \geq 0, i = 1, 2, 3, \dots, m, j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (34)$$

The constraints (32-34) can be stated as

$$\Phi\left(\frac{b_j - \mu_j}{\sqrt{\frac{4}{3}\sigma_j^2}} \leq \frac{\sum_{i=1}^m x_{ij} - \mu_j}{\sqrt{\frac{4}{3}\sigma_j^2}}\right) \geq q_j, j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (35)$$

$$\Phi\left(\frac{a_i - \nu_i}{\sqrt{\frac{4}{3}\eta_i^2}} \leq \frac{\sum_{j=1}^n x_{ij} - \nu_i}{\sqrt{\frac{4}{3}\eta_i^2}}\right) \geq 1 - p_i, i = 1, 2, 3, \dots, m \quad (36)$$

$$x_{ij}, i = 1, 2, 3, \dots, m, j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (37)$$

Where:

$\frac{a_i - \nu_i}{\sqrt{\frac{4}{3}\eta_i^2}}$  is standard normal variate with mean zero and unit variance 1,

$\frac{b_j - \mu_j}{\sqrt{\frac{4}{3}\sigma_j^2}}$  is standard normal variate with mean zero and unit variance 1.

The constraints (35-37) can be stated as

$$\Phi\left(\frac{\sum_{j=1}^n x_{ij} - \nu_i}{\sqrt{\frac{4}{3}\eta_i^2}}\right) \leq \Phi(-k_{a_i}), i = 1, 2, 3, \dots, m \quad (38)$$

$$(39) \Phi\left(\frac{\sum_{i=1}^m x_{ij} - \mu_j}{\sqrt{\frac{4}{3}\sigma_j^2}}\right) \geq \Phi(k_{b_j}), j = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$x_{ij} \geq 0, i = 1, 2, 3, \dots, m, j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (40)$$

Using the cumulative density function of the standard normal varieties the constraints (38-40) can be simplified as:

$$\frac{n \sum_{j=1}^n x_{ij} - \nu_i}{\sqrt{\frac{4}{3}\eta_i^2}} \leq -k_{a_i}, i = 1, 2, 3, \dots, m \quad (41)$$

$$(42) \frac{\sum_{i=1}^m x_{ij} - \mu_j}{\sqrt{\frac{4}{3} \sigma_j^2}} \geq k_{b_j}, j = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$(43) x_{ij} \geq 0, i = 1, 2, 3, \dots, m, j = 1, 2, 3, \dots, n$$

*The Equivalent Multi-objective Transportation Problem.*

The equivalent deterministic multi-objective transportation problem of model 3 can be written as follows:

$$\text{Model 4: } \min z_k = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij}^k x_{ij}, \quad k = 1, 2, 3, \dots, K \quad (44)$$

s.t

$$+k_{a_i} \sqrt{\frac{4}{3} \eta_i^2} \leq 0, i = 1, 2, 3, \dots, m \quad (45) -v_i \sum_{j=1}^n x_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} - \mu_j - k_{b_j} \sqrt{\frac{4}{3} \sigma_j^2} \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (46)$$

$$x_{ij} \geq 0, i = 1, 2, 3, \dots, m, j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (47)$$

#### 4. Fuzzy Programming Technique (Solution Procedure).

To solve the equivalent deterministic multi-objective transportation problem (44-47) we apply fuzzy Programming technique on consideration of multi-objective vector minimum problem.

Let,  $L_r$  = aspiration level of achievement for objective r,

$U_r$  = highest acceptable level of achievement for objective r,

$d_r = U_r - L_r$  = the degradation allowance for objective r,

when the aspiration level and the degradation allowance for each objective are specified.

##### Algorithm

*Step 1:* Pick the first objective function and solve it as a single objective transportation problem subject to the constraints (45-47). Continue this process K times for K different objective functions. If all the solutions are the same, then one of them is the optimal compromise solution and stop. Otherwise, go to step 2.

*Step 2:* Evaluate the kth objective function at the K optimal solutions ( $k = 1, 2, \dots, K$ ). For each objective function, determine its lower and upper bounds ( $L_r$  and  $U_r$ ) according to the set of optimal solution. Let  $z_{rr} = L_r$  and  $U_r = \max[ z_{1r}, z_{2r}, z_{3r}, \dots, z_{kr} ]$ . For satisfy,  $z_r \leq L_r, r = 1, 2, 3, \dots, k$  and constraints (45-47).

*Step 3:* Construct the membership function as:

$$\mu_{ij}(x_{ij}) = \begin{cases} 1 & \text{if } z_r \leq L_r \\ 1 - \frac{z_r - L_r}{U_r - L_r} & \text{if } L_r \leq z_r \leq U_r \\ 0 & \text{if } z_r \geq U_r \end{cases}$$

if  $\mu_{z_r}(x_{ij})=1$ ; then  $z_r$  is perfectly achieved,

$=0$ ; then  $z_r$  is nothing achieved,

if  $0 < \mu_{z_r}(x_{ij}) < 1$ ; then  $z_r$  is partially achieved,

$$\text{Let } \lambda_r = \frac{U_r - z_r}{U_r - L_r}, r = 1, 2, 3, \dots, k.$$

Step 4: Using max-min/ min-max operator, we have  $\text{Max}[\min(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_k)]$ ,

Then we have,  $\max \lambda$

$$\lambda_1 \geq \lambda$$

$$\lambda_1 \geq \lambda$$

$$\lambda_1 \geq \lambda$$

...

...

$$\lambda_1 \geq \lambda$$

where  $\lambda = \min\{\mu_{z_r}(x_{ij})\}$ ,  $x_{ij}$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, m$ ,  $j = 1, 2, 3, \dots, n$ .

Finally we can obtain the mathematical model through fuzzy programming technique as follows:

$$\text{Max: } \lambda \quad (48)$$

$$+ \lambda(U_k - L_k) - U_k \leq 0, \quad \text{s.t} \quad (49) \quad \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}^k x_{ij}$$

$$+ k_{a_i} \sqrt{\frac{4}{3} \eta_i^2} \leq 0 \quad (50) - \nu_i \sum_{j=1}^n x_{ij}$$

$$- k_{b_j} \sqrt{\frac{4}{3} \sigma_j^2} \geq 0 \quad (51) - \mu_j \sum_{i=1}^m x_{ij}$$

$$x_{ij} \geq 0, i = 1, 2, 3, \dots, m, j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (52)$$

## 5. Numerical Example

The Defense Communications Agency is responsible for operating and maintaining a world-wide communications system. It thinks of costs as being proportional to the “message units” transmitted in one direction over a particular link in the system. Hence, under normal operating conditions it faces the following minimum-cost flow problem:

$$\text{Min } z = \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij}$$

Subject to:

$$\sum_j x_{ij} - \sum_k x_{ki} = b_i, i = 1, 2, \dots, n \quad \text{Flow balance}$$

$$0 \leq x_{ij} \leq u_{ij} \quad \text{Flow capacities}$$

$c_{ij}$  = cost per message unit over link  $(i - j)$ .

$b_i$  = message units generated (or received) at station  $i$ ,

$u_{ij}$  = upper bound on number of message units that can be transmitted over link  $(i - j)$ .

$L_{ij}$  = lower bound on number of message units that can be transmitted over link  $(i - j)$ .

Suppose the three production sources and supply to four destination center in which all availability and demand (parameters) are fuzzy random with known means and variances defined in (3.17-3.18) and (3.20-3.21). The decision maker lays emphasis on criteria such as minimization of transportation cost, transportation time or (delivery time) and loss during transportation through a given route  $(i, j)$  where  $i = 1, 2, 3$  &  $j = 1, 2, 3, 4$ . Here  $z_1, z_2, z_3$  represented the total transportation cost with by Rs. Thousand respectively from each production sources to each destination center along with availability and demand are represented by the matrices in  $C^1, C^2, C^3$  as mentioned below:

$$C^1 = \begin{bmatrix} 8 & 9 & 7 & 2 \\ 5 & 6 & 4 & 7 \\ 3 & 7 & 7 & 5 \end{bmatrix}, C^2 = \begin{bmatrix} 2 & 9 & 8 & 1 \\ 4 & 3 & 6 & 7 \\ 5 & 2 & 8 & 2 \end{bmatrix}, C^3 = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 7 & 3 \\ 6 & 4 & 8 & 4 \\ 8 & 2 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

The decision maker is also minimized cost per message from the  $i$ - source to the  $j$ - destination so as to satisfy all the requirement.

$$\min z_1 = 8x_{11} + 9x_{12} + 7x_{13} + 2x_{14} + 5x_{34} + 5x_{33} + 7x_{32} + 7x_{31} + 3x_{24} + 7x_{23} + 4x_{22} + 6x_{21} + 5$$

$$\min z_2 = 2x_{11} + 9x_{12} + 8x_{13} + x_{14} + x_{34} + 2x_{33} + 8x_{32} + 2x_{31} + 5x_{24} + 7x_{23} + 6x_{22} + 3x_{21} + 4$$

$$\min z_3 = 2x_{11} + 4x_{12} + 7x_{13} + 3x_{14} + x_{34} + x_{33} + 5x_{32} + 2x_{31} + 8x_{24} + 4x_{23} + 8x_{22} + 4x_{21} + 6$$

s.t

$$\Pr\left(\sum_{i=1}^m x_{1j} \leq a_1\right) \geq 1 - \gamma_1,$$

$$\Pr\left(\sum_{i=1}^m x_{2j} \leq a_2\right) \geq 1 - \gamma_2,$$

$$\Pr\left(\sum_{i=1}^m x_{3j} \leq a_3\right) \geq 1 - \gamma_3,$$

$$\Pr\left(\sum_{j=1}^n x_{i1} \leq b_1\right) \geq 1 - \beta_1$$

$$\Pr\left(\sum_{j=1}^n x_{i2} \leq b_2\right) \geq 1 - \beta_2$$

$$\Pr\left(\sum_{j=1}^n x_{i3} \leq b_3\right) \geq 1 - \beta_3$$

$$\Pr\left(\sum_{j=1}^n x_{i4} \leq b_4\right) \geq 1 - \beta_4$$

$$x_{ij} \quad , i = 1, 2, 3, \dots, m \quad , j = 1, 2, 3, \dots, n$$

Let:  $v_1=13$ ,  $\eta_1^2=3$ , predetermined confidence level  $\gamma_1=.01$

$v_2=15$ ,  $\eta_2^2=2$ , predetermined confidence level  $\gamma_2=.02$

$v_3=19$ ,  $\eta_3^2=7$ , predetermined confidence level  $\gamma_3=.03$

$\mu_1=7$ ,  $\sigma_1^2=5$ , predetermined confidence level  $\beta_1=.04$

$\mu_2=5$ ,  $\sigma_2^2=3$ , predetermined confidence level  $\beta_2=.05$

$\mu_2=6$ ,  $\sigma_3^2=2$ , predetermined confidence level  $\beta_3=.06$

$\mu_2=4$ ,  $\sigma_4^2=1$ , predetermined confidence level  $\beta_4=.07$

As described in section 3, we can converted into the deterministic multi objective unbalanced transportation problem as follows:

$$\min z_1 = 8x_{11} + 9x_{12} + 7x_{13} + 2x_{14} + 5x_{21} + 6x_{22} + 4x_{23} + 7x_{24} + 3x_{31} + 7x_{32} + 7x_{33} + 5x_{34}$$

$$\min z_2 = 2x_{11} + 9x_{12} + 8x_{13} + x_{14} + 4x_{21} + 3x_{22} + 6x_{23} + 7x_{24} + 5x_{31} + 2x_{32} + 8x_{33} + 2x_{34}$$

$$\min z_3 = 2x_{11} + 4x_{12} + 7x_{13} + 3x_{14} + 6x_{21} + 4x_{22} + 8x_{23} + 4x_{24} + 8x_{31} + 2x_{32} + 5x_{33} + x_{34}$$

s.t

$$\sum_{j=1}^n x_{1j} \leq 8.34,$$

$$\sum_{j=1}^n x_{2j} \leq 11.65,$$

$$\sum_{j=1}^n x_{3j} \leq 12.25,$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i1} \geq 11.51$$

$$\sum_{i=1}^m x_{i2} \geq 8$$

$$\sum_{i=1}^m x_{i3} \geq 8.53$$

$$\sum_{i=1}^m x_{i4} \geq 5.69$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad , i = 1, 2, 3, \dots, m \quad , j = 1, 2, 3, \dots, n$$

We have obtained the lower bounds of the above deterministic problem as  $(L_1, L_2, L_3) = (141.11, 115.94, 106.34)$ , and for the same problem the upper bounds as  $(U_1, U_2, U_3) = (217.09, 217.09, 196.89)$ .

Using problem (3.48-3.51), we formulated the following model

Max:  $\lambda$

s.t

$$+ \lambda \leq 141.11 \quad 8x_{11} + 9x_{12} + 7x_{13} + 2x_{14} + 5x_{21} + 6x_{22} + 4x_{23} + 7x_{24} + 3x_{31} + 7x_{32} + 7x_{33} + 5x_{34}$$

$$2x_{11} + 9x_{12} + 8x_{13} + x_{14} + 4x_{21} + 3x_{22} + 6x_{23} + 7x_{24} + 5x_{31} + 2x_{32} + 8x_{33} + 2x_{34} + \lambda \leq 217.09$$

$$2x_{11} + 4x_{12} + 7x_{13} + 3x_{14} + 6x_{21} + 4x_{22} + 8x_{23} + 4x_{24} + 8x_{31} + 2x_{32} + 5x_{33} + x_{34} + \lambda \leq 196.89$$

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^m x_{1j} &\leq 9.79, \\
\sum_{i=1}^m x_{2j} &\leq 11.65, \\
\sum_{i=1}^m x_{3j} &\leq 12.25, \\
\sum_{j=1}^n x_{i1} &\geq 11.51 \\
\sum_{j=1}^n x_{i2} &\geq 8 \\
\sum_{j=1}^n x_{i3} &\geq 8.53 \\
\sum_{j=1}^n x_{i4} &\geq 5.69 \\
x_{ij} &\geq 0, \quad i=1,2,3,\dots,m, \quad j=1,2,3,\dots,n
\end{aligned}$$

The above problem is solved by the LINGO mathematical package for obtaining the optimal compromise solution of the deterministic problem. We get  $\lambda = 0$  and optimal compromise solution  $x_{11} = 0$   $x_{12} = 0$   $x_{13} = 4.14$ ,  $x_{14} = 5.65$   $x_{21} = 0$   $x_{22} = 7.26$   $x_{23} = 4.39$   $x_{24} = 0$   $x_{31} = 11.51$   $x_{32} = 0.74$   $x_{33} = 0$   $x_{34} = 0$  the optimal value of each objective functions i.e.,  $z_1, z_2, z_3$  are respectively. Also we obtained the non dominated solution for each objective functions  $z_1 = 141.11$ ,  $z_2 = 115.99$   $z_3 = 106.34$  i.e., respectively

## 6. Conclusion

The main objective of this paper is to present a solution procedure for fuzzy random multi-objective transportation problem (FRMOTP). The transportation problem is an efficient tool to scope with many real life problems of practical importance. Multi-objective transportation problem involve the design, modeling, and planning of many complex resource allocation systems, transportation in which demand and supply are fuzzy random in nature. After converting fuzzy random chance constraints into equivalent deterministic constraints using fuzzy random chance constraints theorem, the fuzzy programming is applied to obtain a compromise solution from the set of non dominated solution. Our technique is highly fruitful in the sense of real life problems of practical importance. A practical numerical example is provided to demonstrate the feasibility of all decision variables of the proposed method.

## References

1. Abo El-kheir, Amal, (2007). An Interactive Approach for Estimation of Unknown Parameters in Some Stochastic Programming, Ph. D. Thesis, Institute of Statistical Study and Research (ISSR), Cairo University, Egypt.
2. Armstrong, D., and Balintfy, L. (1983). A Chance-constrained Multiple Choice Programming Algorithm with Applications: Stochastic Programming, Dempster, M. A. H, Academic Press, New York.
3. Appa, G.M. (1973) The transportation problem and variants, Operations Research Quarterly, 42, 79-99.



4. Bellman, R., and Zadeh, L. (1970). Decision making in a fuzzy environment, *Management Sci.*, 17, 141-164.
5. Brigden, M.E.B. (1974) A Variant of the Transportation Problem in which the Constraints are of Mixed Type, *Operations Research Quarterly*, 25, 437-445.
6. Buckley, J. (1988). Possibility and necessity in optimization, *Fuzzy Sets and Systems*, 25, 1-13.
7. Charnes, A., and Cooper, W. (1959). Chance-constrained programming, *Management Sci.*, 6, 73-79.
8. ----- (1959). Chance-constrained and normal deviates, *Journal of the American Statistical Association*, 57, 134-149.
9. ----- (1963) Deterministic equivalents for optimizing and satisficing under chance-constraints, *Operations Research*, 11, 18-39.
10. Dantzing, G. (1955). Linear programming under uncertainty, *Management Sci.*, 1, 197, 206.
11. Dubois, D. (1987). Linear programming with fuzzy data : in analysis of fuzzy information, Bezdek, J. C. (ed), PP. 241-263, CRC Press, Inc., Florida.
12. Dubois, D., and Prade, H. (1988). Possibility Theorems: An Approach to Computerized Processing of Uncertainty, Plenum, New York.
13. ----- (1988). An Overview, in *Analysis of Fuzzy Information*, Vol. 2, 3-39, Bezdek, J. C (Ed.), CRC Press, Baco Raton.
14. El-Ashram, M. (1995). Multiobjective programming under randomness and fuzziness, Ph. D. Thesis, Faculty of Economics and Political Sciences, Cairo University, Egypt.
15. Hitchcock, F.L. (1941). The Distribution of a Product From Several Sources to Nemours Localities, *J. Math, Phys*, 20, 224-230.
16. Kassem, R. (1994). Multi objective non linear programming: methods and applications, Ph. D. Thesis, Faculty of Economics and Political Sciences, Cairo University, Egypt.
17. Koopmans, T.C. (1949), Optimum Utilization of the Transportation System, *Econometrica*, 17, 3-4.
18. Liu, B. (2002). Theory and Practice of Uncertain Programming, Physica-Verlag, Heidelberg.
19. ----- (2001). Fuzzy random dependent-chance programming, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 9, 721-726.
20. Luhandjula, M., and Gupta. (1996). On fuzzy stochastic optimization, *Fuzzy Sets and Systems*, 18, 15-30.
21. Mahapatra, D.R, ROY, S.K and Prased, M, (2010), Stochastic Based on Multi-objective Transportation Problems Involving Normal Randomness, *AMO, Advanced Modeling and Optimization*, 12, 205-223
22. Mohammed, W. (1990). On some solutions for solving a stochastic programming problem with known probability distribution, M. Sc. Thesis, the Institute of Statistical Studies and Research, Cairo University, Egypt.
23. Sahinidis, N.V. (2003). Optimization under Uncertainty: Stat-of the-art-and Opportunities. In I. E. Grossmann and C. McDonald (eds.), *Proceedings of Foundations of Computer-Aided Process Operations (FO-CAPO 2003): A View to the Future Integrations of R&D, Manufacturing and the Global Supply Chain*, CACHE Corporation, Austin, TX., 2003.
24. ----- (1972a). *Stochastic Programming Methods and Applications*, North-Holland Publishing Co., Amsterdam.
25. Stancu-Minasian, I. and Wets, M. (1976). A research bibliography in stochastic programming, *Operations Research*, 1, 37-48.

26. Stancu-Minasian, I. (1984). Stochastic Programming with Multiple Objective Functions, Editura Academici, Bucharest.
27. ----- (1984). Fuzzy solutions in fuzzy linear programming problems, IEEE Transactions on Systems, 14, 325-328.
28. Wang, G., and Qiao, Z. (1993). Linear programming with fuzzy random variable, Fuzzy Sets and Systems, 57, 295-311.
29. Zimmermann, H. (1985). Applications of fuzzy set theory to mathematical programming, Information Sci., 36, 26-58.
30. ----- (1985). Fuzzy Set Theory and its Applications, Kluwer Academic Publisher, Boston.

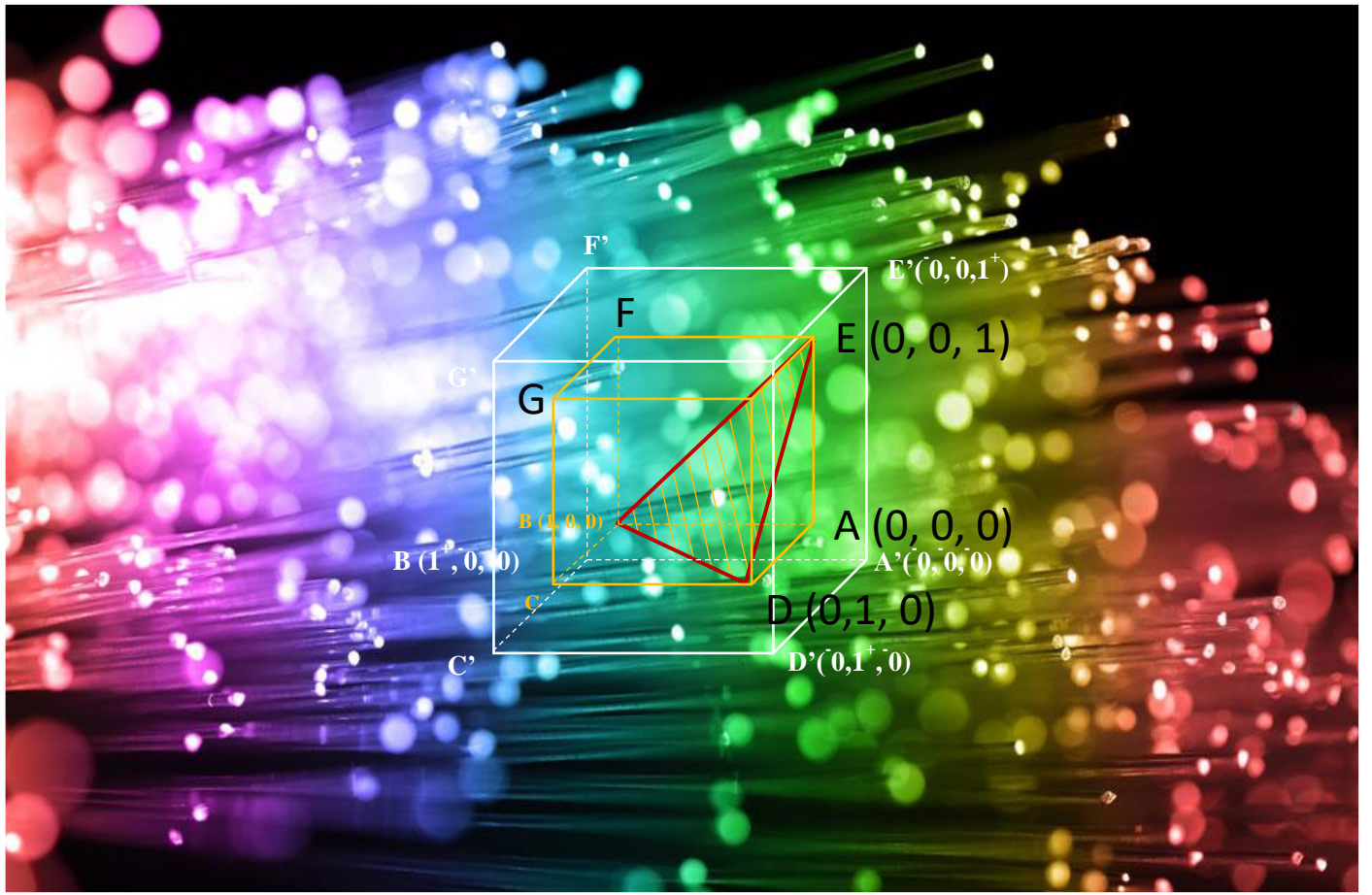


# NEUTROSOPHIC KNOWLEDGE

مجلة دولية تهتم بالنشر في جميع المجالات العلمية والأدبية

نشر الأبحاث باللغتين العربية والإنجليزية

المجلد 1 (2020)



رؤساء التحرير

أ.د أحمد سلامة , أ.د فلورنتين سمرنداك

د. إبراهيم ياسر

رقم الدوريات المعياري الدولي: 2767-0619 (مطبوع)

رقم الدوريات المعياري الدولي: 2767-0627 (عبر الإنترنت)



## المجموعات اللينة النيتروسوفية

Hasan DADAS <sup>1,\*</sup>, Sibel DEMİRALP <sup>2</sup>

<sup>1</sup> Department of Mathematics, Faculty of Arts and Sciences, Kastamonu University, kastamonu, Turkey; hsn.dad@gmail.com

<sup>2</sup> Department of Mathematics, Faculty of Arts and Sciences, Kastamonu University, kastamonu, Turkey; sdemiralp@kastamonu.edu.tr

\* Correspondence: hsn.dad@gmail.com

Received: 10 September 2020; Accepted: 28 October 2020; Published: date

**Abstract:** In this study, we first present the definitions and characteristics presented in the Magee study [10] in relation to the nitro-Soviet soft groups. Then we offer some notes about his study. Then, based on Jagman [5], we redefine the concept of the nitro-Soviet soft group and the operations of the nitrosavian soft group to make them more effective.

**ملخص:** في هذه الدراسة، نُقدّم أولاً التعريفات والخصائص الواردة في دراسة ماجي [10] فيما يتعلق بالمجموعات اللينة النيتروسوفية. ثم نُقدّم بعض الملاحظات عن دراسته. بعد ذلك، استناداً إلى جاغمان [5]، نُعيد تعريف مفهوم المجموعة اللينة النيتروسوفية وعمليات المجموعات اللينة النيتروسوفية لجعلها أكثر فاعلية.

**الكلمات الرئيسية:** المجموعة النيتروسوفية؛ المجموعة اللينة؛ المجموعة اللينة النيتروسوفية.

### 1. مُقدّمة

تُعَدُّ العديد من المشاكل التي تنطوي على أوجه الغموض، إحدى المسائل الرئيسية في العديد من مجالات الحياة الواقعية مثل الاقتصاد، والهندسة، والبيئة، والعلوم الاجتماعية، والعلوم الطبية، وإدارة الأعمال. وقد تكون البيانات المُهمّة في هذه المجالات ناجمة عن تعقيدات وصعوبات في النمذجة الرياضية الكلاسيكية. ولتفادي صعوبات التعامل مع أوجه الغموض، قام الباحثون بدراسة العديد من الوسائل. من بين هذه الوسائل المجموعات الضبابية [16]، والمجموعات الخشنة [14]، والمجموعات الضبابية الحدسية [1]. تتميز المجموعات الضبابية والمجموعات الضبابية الحدسية بدالات عضوية، ودالات عضوية وغير عضوية، على الترتيب. بالنظر إلى بعض مشاكل الحياة الواقعية المُتعلّقة بتقديم وصفٍ صحيحٍ لشيءٍ ما في بيئةٍ غامضة ومُهمّة، ينبغي علينا التعامل مع المعلومات المُهمّة والناقصة. إلّا أنّ المجموعات الضبابية والمجموعات الضبابية الحدسية لا تتعامل مع معلومات مُهمّة وناقصة.

لقد عرّف سامرنداك [13] مفهوم المجموعة النيتروسوفية، الذي يُعدُّ إحدى الوسائل الرياضية للتعامل مع المشاكل التي تنطوي على بياناتٍ غير دقيقة ومُهمّة. قدّم مولودتسوف مفهوم المجموعات اللينة [8] لحلّ المشاكل المُعقّدة وأنواع مختلفة من أوجه الغموض. في الدراسة [9]، قدّم ماجي وآخرون عدّة مُعاملات لنظرية المجموعة اللينة: تكافؤ مجموعتين لّينتين، المجموعات الجزئية والمجموعات الكلّية للمجموعات اللينة، ومُكتمل المجموعة اللينة، والمجموعات اللينة الخالية، والمجموعات اللينة المُطلقة. إلّا أنّ هناك بعض الثغرات في بعض من هذه التعريفات وخصائصها، والتي أشار إليها علي وآخرون في الدراسة [11]، ويانغ في الدراسة [15]. في عام 2010، أدخل جاغمان وإنجينوغلو في الدراسة [4] بعض التعديلات على عمليات المجموعات اللينة وسدّا هذه الثغرات. وفي عام 2014، أعاد جاغمان في الدراسة [5] تعريف المجموعات اللينة باستخدام مجموعة المُتغيّر الفرديّ وقارن التعاريف التي تمّ تحديدها من قبل.

جمع ماجي في الدراسة [10] بين مفهوم المجموعة اللينة ومفهوم المجموعة النيتروسوفية من خلال تقديم مفهومٍ جديد يُسمّى المجموعة اللينة النيتروسوفية، وقدّم تطبيقاً للمجموعة اللينة النيتروسوفية في مشكلة اتخاذ القرارات. ومُؤخراً، تمّت دراسة الخصائص والتطبيقات المُتعلّقة بالمجموعات النيتروسوفية بصورةٍ مُتزايدة [2، 3، 6، 7]. تقترح هذه الدراسة سدّ ثغرات تعريف المجموعة اللينة

النيتروسوفية [11] التي وضعها ماجي وعمليات إعادة تعريف مفهوم المجموعة اللينة النيتروسوفية والعمليات بين المجموعات اللينة النيتروسوفية. أولاً، نُقدّم تعريفات وعمليات ماجي ونُتحقق من أن بعض المقترحات غير صحيحة من خلال أمثلة مُضادة. بعد ذلك، واستناداً إلى دراسة جاغان [5] نُعيد تعريف المجموعات اللينة النيتروسوفية وعملياتها. وإضافةً إلى ذلك، نُحقق في خصائص عمليات المجموعات اللينة النيتروسوفية. وأخيراً، نُقدّم تطبيقاً لمفهوم المجموعة اللينة النيتروسوفية في مشكلة اتخاذ القرارات.

## 2. تمهيد

في هذا القسم، سنُشير إلى مفهومي المجموعات النيتروسوفية [13] والمجموعات اللينة [8]. وبعد ذلك، سنقدّم بعضاً من خصائص المجموعات اللينة والمجموعات اللينة النيتروسوفية [10]. خلال هذا البحث، يُشير  $X$ ،  $E$ ، و  $P(X)$  إلى المجموعة الأولية، ومجموعة المُتغيّرات، وقوة مجموعة  $X$ ، على الترتيب.

**التعريف 1:** [13] تُعرّف المجموعة النيتروسوفية  $A$  فيما يتعلّق بعالم المقال  $X$  على النحو التالي

$$A = \{ \langle x, T_A(x), I_A(x), F_A(x) \rangle : x \in X \}$$

حيثُ أنّ  $T_A, I_A, F_A: X \rightarrow ]-0, 1^+]$  and  $-0 \leq T_A(x) + I_A(x) + F_A(x) \leq 3^+$  من وجهة نظر فلسفية، تأخذ المجموعة النيتروسوفية القيمة من المعيار الحقيقي أو المجموعات الجزئية غير المعيارية للمجال  $] -0, 1^+ ]$ . إلّا أنّه في تطبيق الحياة الواقعية على المشكلات العلمية والهندسية، من الصعب استخدام المجموعة النيتروسوفية ذات قيمة من المجال  $] -0, 1^+ ]$ . وبالتالي، فإننا ننظر في المجموعة النيتروسوفية التي تأخذ القيمة من المجموعة الجزئية للمجال  $[0, 1]$ .

**التعريف 2:** [8] للنظر في المجموعة غير الخالية  $A$ ،  $A \subseteq E$ . يُسمّى الزوج  $(F, A)$  مجموعة لينة وفق  $X$ ، حيثُ أنّ  $F$  هو تطبيق مُعرّف من خلال  $F: A \rightarrow P(X)$  من الآن فصاعداً، سنستخدم  $f_A$  بدلاً من  $(F, A)$ .

**المثال 1:** ليكن  $X = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8\}$  المجموعة المؤلفة من ثمانية منازل و  $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$  مجموعة المُتغيّرات. في هذه الحالة، تُشير  $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  إلى المُتغيّرات "حديث"، و"مرتبط بوقوف السيارات"، و"غالي"، و"رخيص"، و"كبير"، و"قريب من المدينة" على الترتيب. بعد ذلك، تُوصف المجموعات اللينة التالية تباعاً بالسيد  $A$  والسيد  $B$  اللذان سيشتريان

$$f_A = \{ \langle e_1, \{a_1, a_3, a_4\} \rangle, \langle e_2, \{a_1, a_4, a_7, a_8\} \rangle, \langle e_3, \{a_1, a_2, a_3, a_8\} \rangle \}$$

$$f_B = \{ \langle e_2, \{a_1, a_3, a_6\} \rangle, \langle e_3, X \rangle, \langle e_5, \{a_2, a_4, a_5, a_6\} \rangle \}.$$

من الآن فصاعداً، سنستخدم تعاريف وعمليات المجموعات اللينة التي هي أكثر ملاءمةً للرياضيات البحتة استناداً إلى دراسة جاغان [5].

**التعريف 3:** [5] إنّ المجموعة اللينة  $f$  وفق  $X$  هي دالة ذات قيمة مُحدّدة من  $E$  إلى  $P(X)$ . ويمكن كتابتها كمجموعة من الأزواج المُرتّبة  $f = \{ \langle e, f(e) \rangle : e \in E \}$ .

لاحظوا أنّه إذا كان  $f(e) = \emptyset$ ، عندها لا يظهر العنصر  $(e, f(e))$  في  $f$ . ويُشار إلى زمرة جميع المجموعات اللينة وفق  $X$  بـ  $S$ .

**التعريف 4:** [5] ليكن  $f, g \in S$  عندها،

1. إذا كان  $f(e) = \emptyset$  بالنسبة لجميع  $e \in E$ ، يُوصف  $f$  بأنّه مجموعة لينة خالية، ويُشار إليه بـ  $\Phi$ .

2. إذا كان  $f(e) = X$  بالنسبة لجميع  $e \in E$ ، يُوصف  $f$  بأنّه مجموعة لينة مُطلقة، ويُشار إليها بـ  $X$ .

3. إنّ  $f$  هو مجموعة جزئية لينة لـ  $g$ ، ويُشار إليه بـ  $f \subseteq g$ ، إذا كان  $f(e) \subseteq g(e)$  بالنسبة لجميع  $e \in E$ .

4. يكون  $f = g$ ، إذا كان  $f \subseteq g$  و  $g \subseteq f$ .

5. إنّ الترابط اللين للمجموعتين اللينتين  $f$  و  $g$ ، والمُشار إليه بـ  $f \cup g$ ، هو مجموعة لينة وفق  $X$  ويُعرّف بـ  $f \cup g : E \rightarrow P(X)$  : مثل

$$(f \cup g)(e) = f(e) \cup g(e) \text{ بالنسبة لجميع } e \in E.$$

6. إنّ التداخل اللين للمجموعتين اللينتين  $f$  و  $g$ ، والمُشار إليه بـ  $f \cap g$ ، هو مجموعة لينة وفق  $X$  ويُعرّف بـ  $f \cap g : E \rightarrow P(X)$  : مثل

$$(f \cap g)(e) = f(e) \cap g(e) \text{ بالنسبة لجميع } e \in E.$$

7. إنَّ المُكَمَّل اللَّيْن لـ  $f$  المُشار إليه بـ  $f^c$  والمُعَرَّف بـ  $f^c: E \rightarrow P(X)$  مثل  $f^c(e) = X \setminus f(e)$  بالنسبة لجميع  $e \in E$ .

**المثال 2:** للنظر في المجموعتين اللَّيْنَتين  $f$  و  $g$  في المثال 3.2. عندها، يكون لدينا

$$\begin{aligned} f \cup g &= \{(e_1, \{a_1, a_3, a_4\}), (e_2, \{a_1, a_3, a_4, a_6, a_7, a_8\}), (e_3, X), (e_5, \{a_2, a_4, a_6\})\} \\ f \cap g &= \{(e_2, \{a_1\}), (e_3, \{a_1, a_2, a_3, a_8\})\} \\ f^c &= \{(e_1, \{a_2, a_5, a_6, a_7, a_8\}), (e_2, \{a_2, a_3, a_5, a_6\}), (e_3, \{a_4, a_5, a_6, a_7\}), (e_4, X), (e_5, X), (e_6, X)\}. \end{aligned}$$

**التعريف 5:** [10] لتكن  $X$  مجموعة أولية و  $E$  مجموعة متغيّرات. بالنظر إلى  $A \subseteq E$  لتكن  $P(X)$  تُشير إلى زُمرة جميع المجموعات النيترسوفية لـ  $A$ . يُطلق على مجموعة  $f_A$  بالمجموعة اللَّيْنَة النيترسوفية وفق  $X$ ، حيث أنَّ  $F$  هو تطبيق مُعرَّف من خلال  $F: A \rightarrow P(X)$ . للتوضيح، ننظر في المثال التالي.

**المثال 3:** [10] لتكن  $X$  مجموعة المنازل التي يجري النظر فيها و  $E$  مجموعة المتغيّرات. إنَّ كلَّ متغيّر هو كلمة أو جملة نيترسوفية تتضمّن كلمات نيترسوفية. بالنظر إلى  $E = \{\text{جميل، خشبي، باهظ التكلفة، باهظ التكلفة جداً، متوسط، بيئة مُحيطَة خضراء، في حالة جيّدة، في حالة سيّئة، رخيص، غالي}\}$ . في هذه الحالة، لتعريف مجموعة ليّنة نيترسوفية يعني الإشارة إلى منازل جميلة، ومنازل خشبيّة، ومنازل في بيئة مُحيطَة خضراء، وهلمّ جرّاً. لنفترض أنّه يوجد خمسة منازل في المجموعة  $X$  المُعرّفة من خلال  $U = \{h_1, h_2, h_3, h_4, h_5\}$  ومجموعة المتغيّرات  $A = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ ، حيث أنَّ  $e_1$  يُشير إلى المتغيّر "جميل"، و  $e_2$  إلى المتغيّر "خشبي"، و  $e_3$  إلى المتغيّر "باهظ التكلفة"، و  $e_4$  إلى المتغيّر "متوسط". لنفترض أنّ،

- $f(\text{جميل}) = \{(h_1, \frac{5}{10}, \frac{6}{10}, \frac{3}{10}), (h_2, \frac{4}{10}, \frac{7}{10}, \frac{6}{10}), (h_3, \frac{6}{10}, \frac{2}{10}, \frac{3}{10}), (h_4, \frac{7}{10}, \frac{3}{10}, \frac{2}{10}), (h_5, \frac{8}{10}, \frac{2}{10}, \frac{3}{10})\}$ ,
- $f(\text{خشبي}) = \{(h_1, \frac{6}{10}, \frac{3}{10}, \frac{5}{10}), (h_2, \frac{7}{10}, \frac{4}{10}, \frac{3}{10}), (h_3, \frac{7}{10}, \frac{4}{10}, \frac{3}{10}), (h_4, \frac{7}{10}, \frac{4}{10}, \frac{3}{10}), (h_5, \frac{8}{10}, \frac{3}{10}, \frac{6}{10})\}$ ,
- $f(\text{باهظ التكلفة}) = \{(h_1, \frac{7}{10}, \frac{4}{10}, \frac{3}{10}), (h_2, \frac{6}{10}, \frac{7}{10}, \frac{2}{10}), (h_3, \frac{7}{10}, \frac{2}{10}, \frac{5}{10}), (h_4, \frac{5}{10}, \frac{2}{10}, \frac{6}{10}), (h_5, \frac{7}{10}, \frac{3}{10}, \frac{4}{10})\}$ ,
- $f(\text{متوسط}) = \{(h_1, \frac{8}{10}, \frac{6}{10}, \frac{4}{10}), (h_2, \frac{7}{10}, \frac{9}{10}, \frac{6}{10}), (h_3, \frac{7}{10}, \frac{6}{10}, \frac{4}{10}), (h_4, \frac{7}{10}, \frac{8}{10}, \frac{6}{10}), (h_5, \frac{9}{10}, \frac{5}{10}, \frac{7}{10})\}$ .

**التعريف 6:** [10] ليكن  $f_A$  و  $g_B$  مجموعتين نيترسوفيتين وفق المجموعة المعروفة  $X$ . إنَّ  $f_A$  الذي يُوصف بالمجموعة الجزئية اللَّيْنَة النيترسوفية لـ  $g_B$  و  $A \subseteq B$ ، و  $\forall e \in A, \forall x \in U, T_{f(e)}(x) \leq T_{g(e)}(x), I_{f(e)}(x) \leq I_{g(e)}(x), F_{f(e)}(x) \geq F_{g(e)}(x)$ ، تُشير إليه بـ  $f_A \subseteq g_B$ . نُشير إلى  $f_A \supseteq g_B$  إذا كان  $g_B$  مجموعة جزئية ليّنة نيترسوفية لـ  $f_A$ . ونُشير إليه بـ  $f_A \supseteq g_B$ .

إذا كان  $f_A$  مجموعة جزئية ليّنة نيترسوفية لـ  $g_B$  هو مجموعة جزئية ليّنة نيترسوفية لـ  $f_A$  فإنَّنا نُشير إليه  $f_A = g_B$ .

**التعريف 7:** [10] مجموعة المتغيّرات غير المُنتمية. ليكن  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$  مجموعة متغيّرات. فإنَّ مجموعة  $E$  غير المُنتمية، التي يُشار إليها بـ  $E$ ، تُعرّف بـ  $E = \{-e_1, -e_2, \dots, -e_n\}$ ، حيث أنَّ  $-e_i = \text{not } e_i \forall i$  (يمكن ملاحظة أنّ  $A$  و  $\neg A$  هما مُعاملان مختلفان).

**التعريف 8:** [10] يُعرّف مُكَمَّل المجموعة اللَّيْنَة النيترسوفية  $f_A$  الذي يُشار إليه بـ  $f_A^c$ ، حيث أنَّ  $f_A^c = (f^c, A)$ ، حيث أنَّ  $f^c: A \rightarrow P(X)$  هو تطبيق مُعرّف من خلال  $f^c(\alpha) = \text{مُكَمَّل مجموعة ليّنة نيترسوفية مع } f(x), I_{f^c}(x) = I_{f(x)}, F_{f^c}(x) = T_{f(x)}$  و  $T_{f^c}(x) = F_{f(x)}$ .

**التعريف 9:** [10] (مجموعة ليّنة نيترسوفية فارغة أو خالية فيما يتعلّق بالمتغيّر). تُسمّى المجموعة اللَّيْنَة النيترسوفية  $h_A$  وفق المجموعة  $X$ ، بالمجموعة اللَّيْنَة النيترسوفية الفارغة أو الخالية فيما يتعلّق بالمتغيّر  $e$  إذا كان  $F_{h(e)} = 0, T_{h(e)} = 0$ .



و  $I_{h(e)}(m) = 0 \forall m \in X, \forall e \in A$  في هذه الحالة، يُشار إلى المجموعة اللينة النيتروسوفية الخالية  $(NNSS)$  بـ  $\Phi_A$ .

### المراجع

1. K. Atanassov, "Intuitionistic fuzzy sets", *Fuzzy Sets and Systems*, 20, 87–96, 1986.
2. S. Broumi, "Generalized Neutrosophic Soft Set" *International Journal of Computer Science, Engineering and Information Technology*, 3/2, 17–30, 2013.
3. S. Broumi, F. Smarandache, "Intuitionistic Neutrosophic Soft Set", *Journal of Information and Computing Science*, 8/2, 130–140, 2013.
4. N. Çağman and S. Enginoğlu, "Soft set theory and uni-int decision making", *Eur. J. Oper. Res.*, 207, 848–855, 2010.
5. N. Çağman, "Contributions to the Theory of Soft Sets", *Journal of New Result in Science*, 4, 33–41, 2014.
6. I. Deli, "Interval-valued neutrosophic soft sets ant its decision making", *arxiv:1402.3130*
7. I. Deli, S. Broumi, "Neutrosophic soft sets and neutrosophic soft matrices based on decision making", *arxiv:1402.0673*.
8. D. Molodtsov, "Soft set theory first results", *Computers and Mathematics with Applications*, 37, 19–31, 1999.
9. P.K. Maji, R. Biswas, A.R. Roy, "Soft set theory", *Computers and Mathematics with Applications*, 45, 555–562, 2003.
10. P.K. Maji, "Neutrosophic soft set", *Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics*, 5/1, 157–168, 2013.
11. M.I. Ali, F. Feng, X. Liu, W.K. Min, "On some new operations in soft set theory", *Computers and Mathematics with Applications*, 57 (9), 1547–1553, 2009.
12. T.L. Saaty "The Analytic Hierarchy Process", *McGraw Hill International*, 1980.
13. F. Smarandache, "Neutrosophic set - a generalization of the intuitionistic fuzzy set", *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 24/3, 287–297, 2005.
14. Z. Pawlak, "Rough sets", *International Journal of Computer and Information Sciences*, 11 341–356, 1982
15. C.F. Yang, A note on "Soft Set Theory" [*Comput. Math. Appl.* 45 (4–5) (2003) 555–562], *Computers and Mathematics with Applications*, 56, 1899–1900, 2008.
16. L.A. Zadeh, "Fuzzy sets", *Information and Control*, 8, 338–353, 1965



# التحليل النيتروسوفي لأهم المتغيرات المرتبطة بمشروعات تطوير المجري الملاحي لقناة السويس

مجدي بدران<sup>1</sup>, أحمد سلامة<sup>2</sup>, أحمد شرف الدين<sup>3</sup>, عصام أبو القاسم<sup>4</sup>

<sup>1</sup> قسم إدارة الأعمال - كلية التجارة - جامعة حلوان - مصر

<sup>2</sup> قسم الرياضيات وعلوم الحاسب - كلية العلوم - جامعة بورسعيد - مصر

<sup>3</sup> كلية الحاسبات - جامعة حلوان - مصر

<sup>4</sup> كلية التجارة - جامعة حلوان - مصر

**المخلص:** يهدف البحث الى ايجاد قيم الدوال النيتروسوفكية لبيانات اليقين واللايقين المرتبطة بمشروعات تطوير المجري الملاحي بقناة السويس و تحليلها و الذي يعتبر كتعميم للبيانات الكلاسيكية لان المتغير العشوائي النيتروسوفي يتغير بسبب العشوائية واللاتحديد و القيم الذي يأخذها تمثل النتائج الممكنة و اللاتحديد الممكن بدرجات و نتيجة لذلك نصل من خلال الورقة البحثية لتوصيف دقيق لكل انواع البيانات من حيث اليقين و اللايقين وذلك من خلال تمثيل كل من الايرادات الاجمالية لقناة السويس و ايرادات قناة السويس من ناقلات البترول و ايرادات القناة من سفن البضائع الصب

## 1. مُقَدِّمة

في ظل التطورات المتلاحقة التي يشهدها العالم من مواقف متباعدة منها الحيادية والضبابية والحدسية قدم سمارانداكة عام 1999 Florentin Smarandache المنطق النيتروسوفيكي Neutrosophic Logic كتعميم للمنطق الفازي Fuzzy Logic التي قدمها لطفي زاده عام 1965 Lotfi A. Zadeh (1965) وحديثا قدم كلا من سلامه Salama و سمارانداكة بإدخال نظرية الفئات النيتروسوفكية الكلاسيكية Neutrosophic Crisp Set Theory وامتداد لهذه المفاهيم أدخل أحمد سلامة وآخرون مفاهيم وعمليات جديدة علي مفهوم الفئات النيتروسوفكية بأنواعها التي تتوسع بشكل أكبر في استخدام البيانات من خلال إدخال درجات التأكد والرسوب والحيادية والتقسيمات المختلفة لكل درجة منها بما يسمح بإعطاء وصف أكثر دقة لتحليل ومعالجة بيانات الظاهرة محل الدراسة مما يساهم في دراسة وتحليل البيانات للوصول إلى أمثل القرارات المناسبة لدى متخذ القرار. وتعتبر مجموعة النيتروسوفيكي هي تعميم لكل من المجموعات الكلاسيكية والفازية والحدسية، والتي تم استخدامها لدراسة البيانات، ثم تم تمديد الفكرة إلى وضع معايير متعددة لإتخاذ القرار. وتم وضع طريقة صنع القرار على أساس دقة المعلومات الناتجة من معالجة البيانات خلال النظام النيتروسوفيكي حيث تم تحويل البيانات من الوضع الكلاسيكي باستخدام تقنية النيتروسوفيكي مما يساعد في عملية صنع وإتخاذ القرار، عن طريق التجمع المرجح النيتروسوفيكي .

وتقديم المعلومات النيتروسوفيكي الناتجة من معالجة البيانات بعد تحويلها بنفس التقنية المتعلقة بكل بديل. وهكذا، يمكننا ترتيب جميع البدائل وجعل اختيار أفضل وفقا لدرجات دقة التأكد وعدم التأكد والحيادية. وتزداد خطورة إتخاذ القرار أمام متخذ القرار Decision Maker كلما زادت أهمية وضخامة المشروعات المطلوب إتخاذ قرار بشأنها، وكلما كانت تكلفة مثل هذه المشروعات تتطلب المزيد من الموارد والتي قد تتصف بندرتها كمشروعات تطوير المجري الملاحي لقناة السويس، بالإضافة إلى تواجد قناة السويس في منطقة تشهد تزايد مخاطر المنافسة المستمرة والمتزايدة من قبل الكثير من الطرق ووسائل النقل المنافسة للقناة. وحيث اننا في حاجة لتحقيق تعظيم ربحية قناة السويس على مستوى الاقتصاد القومي من خلال الاختيار الأمثل لمشروعات تطوير القناة والتي تتمثل تلك الربحية المراد تعظيمها في الفرق بين الايرادات المتوقعة وتكاليف التطوير للقناة وهو ما يدعو لضرورة التوصل لأدق تنبؤ بايرادات قناة السويس مما يساعد متخذ القرار في إتخاذ القرار الأمثل.



## 2. مشكلة البحث

تتمثل مشكلة البحث في ضرورة اتخاذ قرار استثماري امثل عن طريق تقنية النيتروسوفك لتحقيق ربحية قناة السويس علي مستوى الاقتصاد القومية من خلال الاختيار الامثل لمشروعات تطوير المجري الملاحي لقناة السويس و التي تحتاج لاستثمارات ضخمة مما ينعكس علي صعوبة اتخاذ القرار الاستثماري الامثل و ذلك لوجود بعض الضبابية و الحياد والتشيع او الجهل بدقة البيانات

## 3. اهمية البحث

تتمثل الاهمية العلمية للبحث في استخدام التحليل النيتروسوفكي و ايجاد قيم الدوال النيتروسوفكية واقتراح نظام تحليلي نيتروسوفكي لاتخاذ القرار الامثل في ضوء بيانات اليقين و اللايقين

## 4. هدف البحث

تهدف الدراسة إلى اقتراح إطار عام لدعم إتخاذ القرار لتعظيم ربحية هيئة قناة السويس بعبور السفن باستخدام التحليل النيتروسوفكي لبيانات حركة الملاحة وكذلك يمكن من خلاله ترشيد قرارات الاستثمار وذلك بهدف تحقيق أقصى- ربحية ممكنة على مستوى الاقتصاد القوي. وذلك من خلال مجموعة من الأهداف الفرعية تتمثل فيما يلي :

- 1- اقتراح نماذج نيتروسوفكية بديلة من التقليدي والفازي والفازي الحدسي وتعتبر نظرية الفئات النيتروسوفكية أسلوب حديث للتعامل مع البيانات واتخاذ القرار.
- 2- التحليل النيتروسوفكي من خلال توليد دوال عضوية تحمل ثلاث درجات وهي التأكد وعدم التأكد والحيادية لحركة الملاحة بقناة السويس.
- 3- التحليل النيتروسوفكي لأعداد وأحجام حمولات ناقلات البترول العابرة لقناة السويس عن طريق بيانات النيتروسوفيك .
- 4- دراسة المركبات الثلاثية النيتروسوفكية لتوقع معدلات أحجام الناقلات والسفن مستقبلاً.
- 5- استخدام الاسلوب النيتروسوفكي في التنبؤ بقيمة إيرادات قناة السويس.
- 6- مقارنة النماذج المعلوماتية النيتروسوفكية مع بعض النماذج الأخرى مثل الفازي .

## 5. حدود البحث

تقتصر- الدراسة على السفن العابرة للقناة مثل ناقلات البترول وسفن البضائع الصب وسفن الركاب وسفن الإنقاذ حيث تمثل أهم الأنواع الرئيسية العابرة لقناة السويس وهذا يرجع لطبيعة وخصائص كل منها ، وما تتصف به من كبر وضخامة في الحجم مما يتطلب توجية عناية خاصة لتلك النوعية من السفن .

- تقتصر الدراسة على المتغيرات النيتروسوفكية المرتبطة بمشروعات التطوير والمؤثرة على إيرادات القناة من عبور السفن .

حيث تكون هذه المتغيرات هي البيانات الخام لسلسلة زمنية تبدأ من عام 1976 وحتى وقتنا الحاضر وهي كالتالي :-

- المتغيرات الخاصة بالإقتصاد وحركة التجارة العالمية بصفة عامة .
- المتغيرات الخاصة بالممرات والطرق ووسائل النقل المنافسة للقناة .
- المتغيرات الخاصة بالقناة نفسها والسفن العابرة لها

مثل :-

- إيرادات قناة السويس من ناقلات البترول بالمليون دولار
- إيرادات قناة السويس من البضائع الصب بالمليون دولار
- إيرادات قناة السويس بالمليون دولار ( الإيرادات الكلية)
- أحجام حمولات ناقلات البترول العابره للقناة بالألف طن
- أحجام حمولات سفن البضائع الصب العابره للقناة بالألف طن
- أحجام حمولات السفن العابره للقناة بالألف طن
- غاطس القناة بالقدم
- عرض المجري الملاحي لقناة السويس بالقدم

## 6. الدراسات السابقة

### 1. دراسة ( Florentin Smarandache 1991 )

تحت عنوان Neutrosophy ، أدخل الباحث منطق متعدد جديد في مجال الفلسفة سماه المنطق النيتروسوفي وأشار أن هذا المنطق سيقوم بتعميم كلا من المفاهيم التالية نظرية الاحتمالات ونظرية الفئات الفازية .

### 2. دراسة ( A.A.Salama et.al 2014 )

تحت عنوان: Neutrosophic database ، قدم الباحث مفهوم قواعد البيانات النيتروسوفكية والتي تعتبر تعميم لقاعدة البيانات الفازية وإدخال بعض الخوارزميات النيتروسوفكية للبيانات .

### 3. دراسة ( A.A.Salama and Florentin Smarandache 2015 )

تحت عنوان Neutrosophic Crisp Set Theory. قدم الباحثان نظرية الفئات النيتروسوفكية الكلاسيكية الجديدة وبعض خصائصها العمليات الجبرية لتعميم مفاهيم الفئات الكلاسيكية والفازية والحدسية والفازية الحدسية المعجمة وتطبيقاتها في مجال علوم الحاسب واتخاذ القرار وأمن المعلومات .

### 4. دراسة ( A.A.Salama and Florentin Smarandache 2016 )

تحت عنوان: Neutrosophic Crisp Probility Theory & Dection Making قدم الباحثان نظرية الإحتمالات الكلاسيكية النيتروسوفكية وبعض المسلمات وتطبيقاتها في اتخاذ القرار .

### 5. دراسة ( KANIKA MANDAL, KAJLA BASU 2017 )

تحت عنوان: Multi Criteria Decision Making Method in Neutrosophic Environment Using a New Aggregation Operator, Score and Certainty Function

طريقة اتخاذ قرار ومعايير متعددة في البيئة النيتروسوفكية باستخدام مشغل تجميع جديد . تم تطوير نظرية Neutrosophic في القرن الواحد والعشرين وقد تم تطوير الكثير من الحساب لهذه المجموعة. لحل أي مشكلة باستخدام البيانات neutrosophic ، فمن المستحسن أن يكون المشغلون المناسبون ، وظيفة الدرجات إلخ. بعض المشغلين مثل قيمة واحدة العامل المتوسط المرجح بالوزن النيتروسوفي (SVNWA) ، ذو وزن نيتروسوفي مرجح واحد تم تعريف عامل هندسي (SVNWG) بالفعل في مجموعة (neutrosophic NS). في هذا البحث تحسين معامل الوزن الهندسي المتوسط (IWAG) الذي ينتج عنه نتائج أكثر فائدة قد تم تقديمها لتجميع بعض الأرقام الحقيقية وتم تمديدها بيئة neutrosophic. نحن نعم كذلك على ذلك لتشمل مجموعة واسعة من التجميع المشغلين للأرقام الحقيقية والأرقام neutrosophic. وظيفة درجة جديدة واليقين تم تعريف الوظيفة التي لها بعض الفائدة مقارنة مع القائمة. بالإضافة إلى ذلك دراسة مقارنة تسلط الضوء على فائدة هذا النهج الجديد من الترتيب في مجموعة neutrosophic تم تقديمها. يتم إنشاء طريقة صنع القرار متعددة السمات على أساس المشغل المقترح ووظيفة النقاط المحددة حديثا

### 6. دراسة (2018) رفيف الحبيب , د/ مصطفى مظهر ، ا. د/ هيثم فرج ، ا. د/ أحمد سلامه

تحت عنوان : اتخاذ القرار النيتروسوفي ( شجرة القرارات النيتروسوفكية )

قدم الباحث في هذا البحث اتخاذ القرار النيتروسوفي الذي هو عبارة عن تمديد لعملية اتخاذ القرار الكلاسيكي من خلال توسيع البيانات لتشمل الحالات غير المحددة التي يتجاهلها المنطق الكلاسيكي والتي هي بالحقيقة تدعم مشكلة صنع القرار حيث أن عدم كفاية المعلومات بجانب عدم دقتها أحد المعوقات الهامة التي تؤثر على فاعلية عملية اتخاذ القرار وسنعمد في ذلك على نموذج شجرة القرارات الذي يعد من الاساليب الرياضية القوية التي تستخدم في تحليل العديد من مشكلات صنع القرار حيث نمده وفق المنطق النيتروسوفي من خلال إضافة بعض حالات اللاتحديد للبيانات في حال عدم وجود احتمالات أو من خلال استبدال الاحتمالات الكلاسيكية بالاحتمالات النيتروسوفكية في حال وجود احتمالات وندعو هذا النموذج المدد بشجرة القرارات النيتروسوفكية والذي ينتج عن استخدامه الوصول الى القرار الافضل من بين البدائل المتاحة لأنه يعتمد علي بيانات معرفة بشكل أعم وأدق من النموذج الكلاسيكي ونطبقها علي مشروعات قناة السويس .

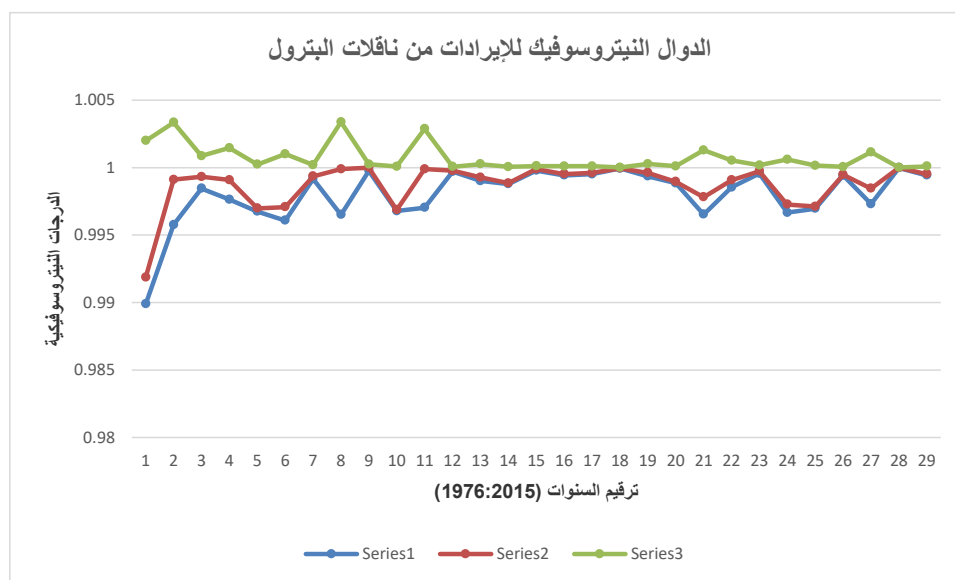
### المبحث الاول: تحليل المتغيرات النيتروسوفكية

في هذا المبحث يتم ادخال قيم الدوال العضوية ( درجات التأكد ) و دوال عدم التأكد و دوال الحيادية ( المركبة الثلاثية النيتروسوفكية ) المرتبطة بأهم المتغيرات لمشروعات تطوير المجري الملاحي

### 1- الدوال النيتروسوفكية لإيرادات قناة السويس

1-1- الدوال النيتروسوفكية لإيرادات قناة السويس المحصلة من ناقلات البترول

الشكل التالي يوضح الدوال النيتروسوفكية ( التأكد وعدم التأكد والحيادية ) لإيرادات قناة السويس المحصلة من ناقلات البترول

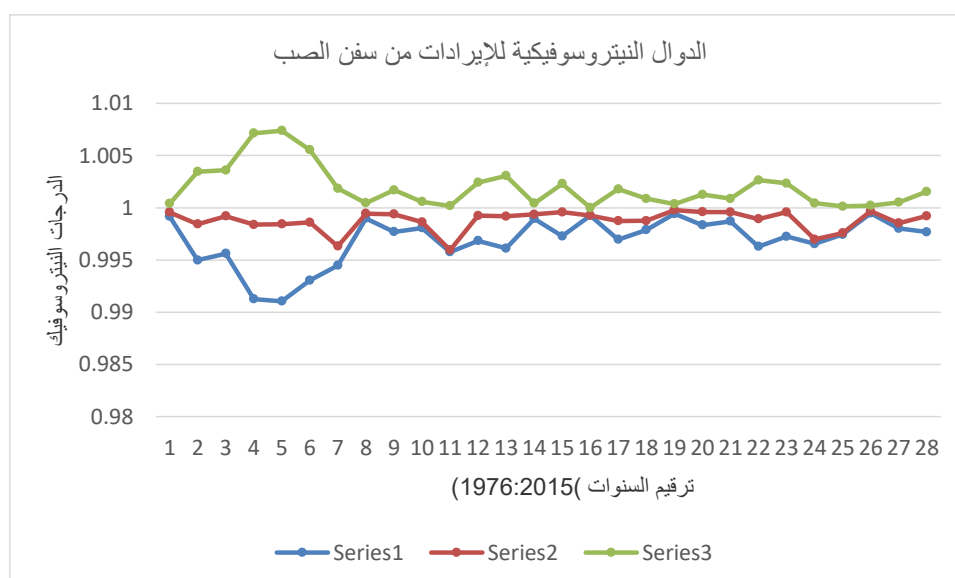


الشكل 1

الدوال النيتروسوفكية لإيرادات قناة السويس المحصلة من ناقلات البترول

### 1-2- الدوال النيتروسوفكية لإيرادات قناة السويس المحصلة من سفن البضائع الصب

الشكل التالي يوضح الدوال النيتروسوفكية ( التأكد وعدم التأكد والحيادية ) لإيرادات قناة السويس المحصلة من سفن البضائع الصب

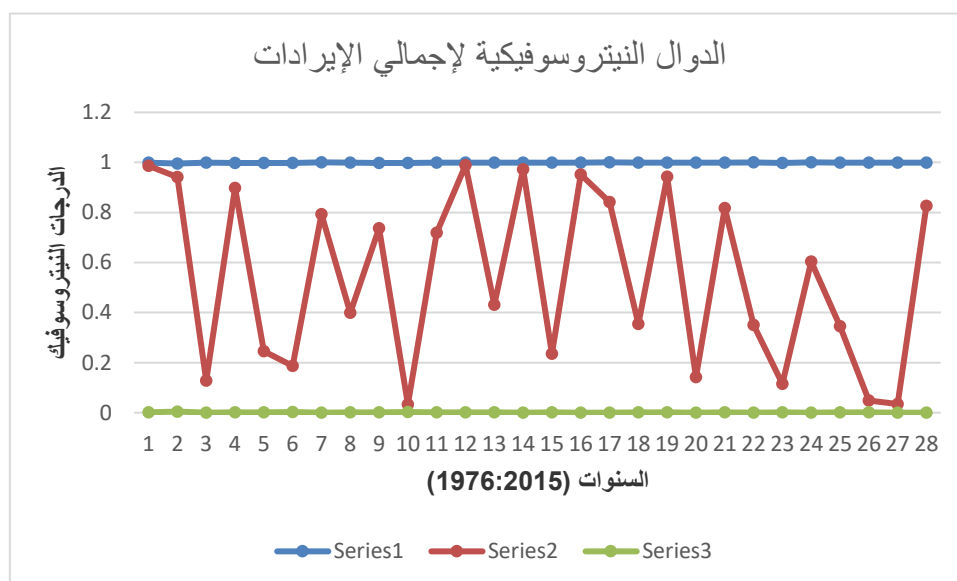


الشكل 2

الدوال النيتروسوفكية لإيرادات قناة السويس المحصلة من سفن البضائع الصب

### 1-3- الدوال النيتروسوفكية لإيرادات قناة السويس بالمليون دولار ( الإيرادات الإجمالية )

الشكل التالي يوضح الدوال النيتروسوفكية ( التأكد وعدم التأكد والحيادية ) لإيرادات قناة السويس بالمليون دولار ( الإيرادات الإجمالية )



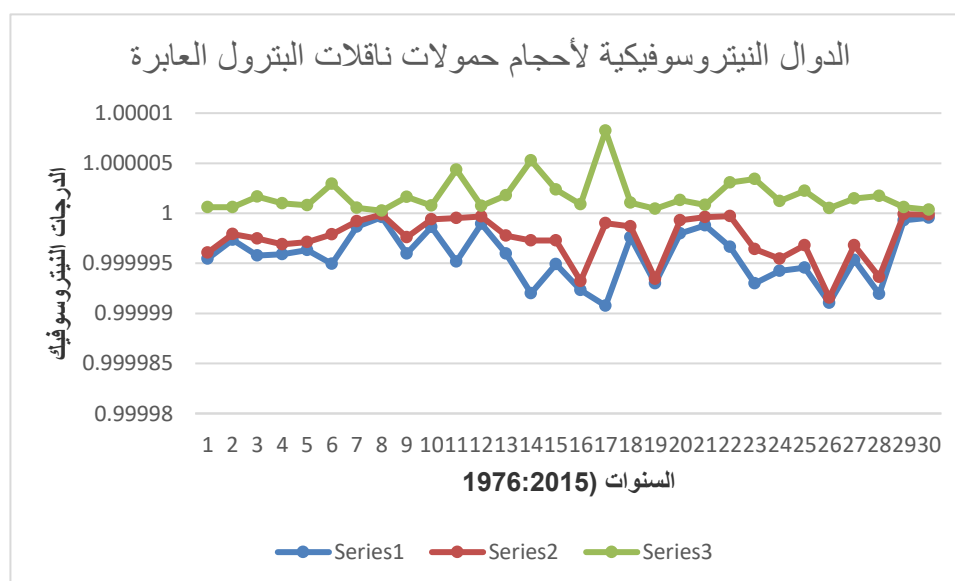
الشكل 3

الدوال النيتروسوفكية لإيرادات قناة السويس بالمليون دولار ( الإيرادات الإجمالية)

## 2- الدوال النيتروسوفكية لأحجام حمولات السفن

2-1- الدوال النيتروسوفكية لأحجام حمولات ناقلات البترول العابرة للقناة بالألف طن

الشكل التالي يوضح الدوال النيتروسوفكية ( التأكد وعدم التأكد والحيادية ) لأحجام حمولات ناقلات البترول العابرة للقناة بالألف طن



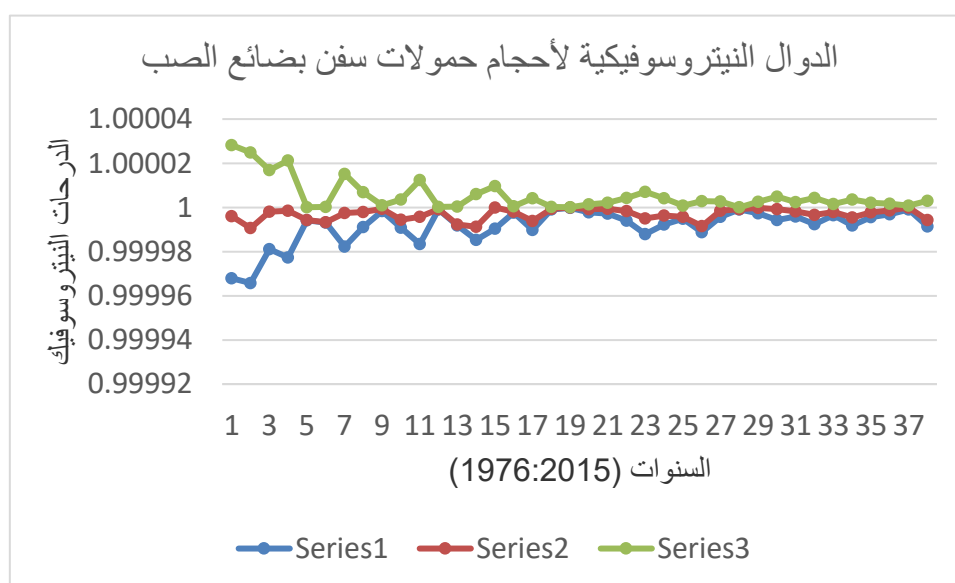
الشكل 4

الدوال النيتروسوفكية لأحجام حمولات ناقلات البترول العابرة للقناة بالألف طن

2-2- الدوال النيتروسوفكية لأحجام حمولات سفن البضائع الصب العابرة للقناة بالألف طن

الشكل التالي يوضح الدوال النيتروسوفكية ( التأكد وعدم التأكد والحيادية ) لأحجام حمولات سفن البضائع الصب العابرة للقناة بالألف

طن

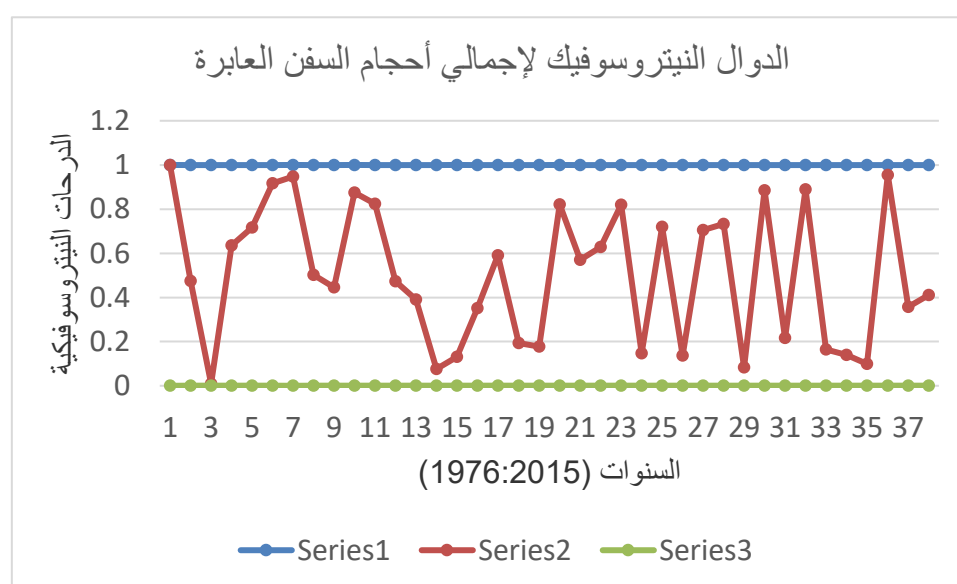


الشكل 5

الدوال النيتروسوفكية لأحجام حمولات سفن البضائع الصب العابرة للقناة بالألف طن

2-3- الدوال النيتروسوفكية لأحجام حمولات السفن العابرة للقناة بالألف طن

الشكل التالي يوضح الدوال النيتروسوفكية ( التأكيد وعدم التأكيد والحيادية ) لأحجام حمولات السفن العابرة للقناة بالألف طن



الشكل 6

الدوال النيتروسوفكية لأحجام حمولات السفن العابرة للقناة بالألف طن

**المبحث الثاني: المصفوفة النيتروسوفكية للمتغيرات المرتبطة بالمجري الملاحي**

سوف يتم تقسيم المتغيرات النيتروسوفكية الخاصة بالبيانات و المعلومات قيد الدراسة و ذلك لحساب معاملات الارتباط النيتروسوفكية لكل من المتغيرات الأتية:-

- إيرادات قناة السويس من ناقلات البترول بالمليون دولار
- إيرادات قناة السويس من البضائع الصب بالمليون دولار
- إيرادات قناة السويس بالمليون دولار ( الإيرادات الكلية)
- أحجام حمولات ناقلات البترول العابرة للقناة بالألف طن

- أحجام حمولات سفن البضائع الصب العابره للقناه بالألف طن
- أحجام حمولات السفن العابره للقناه بالألف طن
- غاطس القناة بالقدم
- عرض المجرى الملاحي لقناة السويس بالقدم

و دراسة درجات الارتباط المختلفة للوصول الي دقة نيتروسوفكية لاتخاذ القرار الامثل فيما بعد

#### مصفوفات الدوال النيتروسوفكية :-

##### 1- مصفوفة الدوال النيتروسوفكية لإيرادات ناقلات البترول

درجة التأكيد	درجة الحيادية	درجة عدم التأكيد
0.011259809	0.00461327	0.988740191
0.002458866	0.000366208	0.997541134
0.00627209	0.003386564	0.99372791
0.005252949	0.00352199	0.994747051
0.003637683	0.002416395	0.996362317
0.0007055	0.000439248	0.9992945
0.003628908	0.001113029	0.996371092
0.001343292	E-05 9.414	0.998656708
0.003794068	0.002065225	0.996205932
0.003981415	0.003331682	0.996018585
0.001357405	0.001125642	0.998642595
0.002820111	0.001817804	0.997179889
0.002809082	0.00099931	0.997190918
0.00099351	0.000160861	0.999900649
0.001840003	0.001783886	0.998159997
0.001174488	0.000389082	0.998825512
0.000821009	E-059.72807	0.999178991
0.002312345	0.000459245	0.997687655
0.002594493	0.001358576	0.997405507
0.003074305	0.000896872	0.996925695
0.001779688	E-054.8633	0.998220312
0.00149248	0.00109835	0.99850752
0.000615624	0.000163505	0.999384376
0.000905251	0.000322558	0.999094749
0.000783578	0.00043813	0.999216422
0.000316268	0.00026184	0.999683732
0.000738439	0.000391302	0.999261561
0.001844717	0.000963051	0.998155283
0.001250478	0.000918046	0.998749522
0.002009306	0.000537374	0.997990694
0.002099055	0.000606896	0.997900945
0.00158715	0.000707733	0.99841285

0.001885217	0.001177655	0.998114783
0.001725441	0.001384855	0.998274559
0.001483266	0.000662619	0.998516734
0.001842181	0.001816153	0.998157819
0.001403945	0.000746927	0.998596055
0.000876341	E-053.86185	0.999123659
0.000298836	0.000102857	0.999701164

## 2- مصفوفة الدوال النيتروسوفية لإيرادات سفن البضائع الصب

درجة التأكيد	درجة الحيادية	درجة عدم التأكيد
0.020402642	0.011222455	0.979597358
0.00022402	0.000190899	0.99977598
0.012158779	0.011233986	0.987841221
0.011277609	0.004594681	0.988722391
0.000957602	E-052.94809	0.999042398
0.003986355	0.003510839	0.996013645
0.006684758	0.001470175	0.993315242
0.000711088	0.000617127	0.999288912
0.002719942	0.001194023	0.997280058
0.002160122	0.001434591	0.997839878
0.000686892	0.000285615	0.999313108
0.001609877	0.000424146	0.998390123
0.001255484	E-051.66601	0.998744516
0.003314585	0.002629738	0.996685415
0.000840065	0.000624388	0.999159935
0.000637281	0.000625203	0.999362719
0.001881462	0.00074875	0.998118538
0.000918762	0.000843198	0.999081238
0.001232674	0.000237711	0.998767326
0.003889579	0.00035633	0.996110421
0.003785965	0.001895643	0.996214035
0.002377416	0.001778035	0.997622584
0.002028454	0.001753866	0.997971546
0.003794435	0.001369003	0.996205565
0.00261587	0.002252678	0.99738413
0.00262077	0.00066253	0.99737923
0.00098405	0.000512284	0.99901595
0.001233833	0.001011506	0.998766167
0.000427768	0.000179547	0.999572232
0.00038541	0.000176656	0.99961459
0.0013183	0.000122479	0.9986817

0.001673542	0.000859449	0.998326458
0.001816107	0.000195493	0.998183893
0.00061872	0.000356578	0.99938128
0.000351979	0.000346284	0.999648021
0.001483264	0.000578491	0.998516736
0.00159055	0.000915206	0.99840945
0.001082864	E-056.82709	0.998917136
0.000578931	E-052.40589	0.999421069

### 3- مصفوفة الدوال النيتروسوفية للإيرادات الإجمالية

درجة التأكيد	درجة الحيادية	درجة عدم التأكيد
0.999997	0.082009247	2.9828E-06
0.999997	0.115889838	2.59925E-06
0.999999	0.257084767	7.22458E-07
0.999995	0.621758253	4.89659E-06
0.999998	0.076201426	1.93919E-06
0.999996	0.164156164	4.12176E-06
0.999996	0.617751444	4.12347E-06
1	0.204259438	8.8664E-08
0.999996	0.699820332	4.25322E-06
0.999998	0.505478373	1.83943E-06
0.999996	0.661529417	4.25921E-06
0.999995	0.343890575	5.19522E-06
0.999998	0.237484401	2.06605E-06
1	0.652568428	3.27755E-07
0.999998	0.290533576	2.43112E-06
0.999997	0.410756192	3.09077E-06
0.999996	0.774514091	4.0847E-06
0.999999	0.820145666	6.24611E-07
0.999999	0.652106193	1.43181E-06
0.999997	0.78572329	2.64381E-06
0.999995	0.00616466	5.0691E-06
0.999996	0.432221744	4.25019E-06
0.999999	0.856425275	5.25941E-07
0.999996	0.877296364	3.70514E-06
0.999997	0.23910337	3.03675E-06
0.999999	0.870224499	9.84032E-07
0.999996	0.28163822	4.01833E-06
0.999997	0.681259318	3.04888E-06
0.999998	0.321394509	1.82431E-06
0.999998	0.900499579	2.30904E-06



0.999999	0.63711782	6.35984E-07
0.999997	0.11331522	2.82292E-06
1	0.505099012	2.5321E-07
0.999996	0.57341191	4.17218E-06
0.999997	0.089990208	2.74397E-06
0.999998	0.693394299	2.19161E-06
0.999996	0.687290871	3.74497E-06
0.999996	0.789586885	3.85668E-06

#### 4- مصفوفة الدوال النيتروسوفية لإحجام حمولات ناقلات البترول

درجة التأكيد	درجة الحيادية	درجة عدم التأكيد
0.999990449	6.76862E-06	9.55067E-06
0.999991364	8.42676E-07	8.63554E-06
0.999996528	3.00602E-06	3.47229E-06
0.999992703	6.90408E-06	7.29738E-06
0.99999841	9.24204E-07	1.59014E-06
0.999993166	6.27432E-06	6.83447E-06
0.999995432	1.2015E-06	4.56764E-06
6.01021E-06	1.36314E-06	0.99999399
3.12095E-07	5.21726E-08	0.999999688
1.96437E-06	1.6064E-06	0.999998036
8.08465E-07	1.96137E-07	0.999999192
4.54836E-07	2.38718E-07	0.999999545
2.9692E-06	1.49704E-06	0.999997031
3.2335E-06	2.44776E-06	0.999996766
5.06735E-06	3.09863E-06	0.999994933
5.53659E-06	5.57467E-07	0.999994463
8.41418E-06	1.12751E-06	0.999991586
6.01763E-06	5.09549E-06	0.999993982
4.43956E-06	3.69143E-06	0.99999556
2.00068E-06	8.72429E-07	0.999997999
6.88974E-07	5.05007E-07	0.999999311
5.23788E-06	4.41675E-06	0.999994762
1.94518E-06	1.61933E-06	0.999998055
1.21248E-05	4.93074E-06	0.999987875
4.04463E-06	2.61748E-06	0.999995955
2.90401E-06	8.24221E-07	0.999997096
6.27348E-06	5.64389E-06	0.999993727
6.26875E-06	3.8116E-06	0.999993731
7.89844E-07	6.40552E-07	0.99999921
2.50562E-06	3.53763E-08	0.999997494

2.07253E-06	1.85696E-06	0.999997927
2.55084E-06	1.07403E-06	0.999997449
2.45179E-06	1.00242E-06	0.999997548
8.12128E-06	7.28013E-06	0.999991879
2.72996E-06	1.58792E-06	0.99999727
8.3802E-06	2.40136E-06	0.99999162
3.1691E-06	1.71589E-06	0.999996831

##### 5- مصفوفة الدوال النيتروسوفية لأحجام حمولات سفن البضائع الصب

درجة التأكيد	درجة الحيادية	درجة عدم التأكيد
E-051.91925	E-062.68364	0.999980808
E-052.48487	E-068.10953	0.999975151
E-061.00491	E-074.16959	0.999998995
E-064.27268	E-062.63953	0.999995727
E-052.03821	E-051.46253	0.999979618
E-051.14333	E-077.58596	0.999988567
E-051.58727	E-051.55296	0.999984127
E-051.19978	E-063.75304	0.999988002
E-065.76964	E-072.93423	0.99999423
E-051.75578	E-051.56162	0.999982442
E-071.05778	E-087.69112	0.999999894
E-066.31956	E-064.93127	0.99999368
E-051.07479	E-067.55723	0.999989252
E-066.97259	E-061.09647	0.999993027
E-063.86463	E-062.52924	0.999996135
E-065.66547	E-062.3808	0.999994335
E-063.74972	E-062.07892	0.99999625
E-063.86632	E-063.71619	0.999996134
E-062.10478	E-076.74216	0.999997895
E-051.13533	E-062.45364	0.999988647
E-066.17332	E-062.64785	0.999993827
E-066.09518	E-062.80495	0.999993905
E-062.6023	E-062.14679	0.999997398
E-068.32415	E-062.11799	0.999991676
E-063.63679	E-061.73944	0.999996363
E-075.10254	E-072.87001	0.99999949
E-073.76357	E-071.45097	0.999999624
E-062.62619	E-073.98441	0.999997374
E-067.74082	E-076.33327	0.999992259
E-065.44981	E-075.82952	0.99999455

E-077.28466	E-075.9419	0.999999272
E-067.29738	E-065.71205	0.999992703
E-071.24589	E-089.66849	0.999999875
E-069.81787	E-064.31384	0.999990182
E-073.5191	E-088.96058	0.999999648
E-066.6212	E-062.80686	0.999993379
E-066.4156	E-065.30479	0.999993584
E-061.38826	E-061.25861	0.999998612

#### 6- مصفوفة الدوال النيتروسوفيكية لإجمالي أحجام السفن العابرة

درجة التأكيد	درجة الحيادية	درجة عدم التأكيد
E-069.40827	0.081595643	0.999990592
E-066.76657	0.872542965	0.999993233
E-062.03095	0.957965187	0.999997969
E-063.70197	0.240681564	0.999996298
E-063.87712	0.58812965	0.999996123
E-065.16243	0.603066597	0.999994838
E-064.29796	0.817902648	0.999995702
E-061.10985	0.907832847	0.99999889
E-063.83603	0.459277585	0.999996164
E-064.6451	0.206840716	0.999995355
E-064.11885	0.606598419	0.999995881
E-062.42347	0.566837025	0.999997577
E-072.33325	0.458398662	0.999999767
E-061.88071	0.737134899	0.999998119
E-063.29234	0.021642474	0.999996708
E-063.12526	0.364123252	0.999996875
E-084.21479	0.845535234	0.999999958
E-064.04896	0.109050085	0.999995951
E-065.73726	0.09590703	0.999994263
E-061.33461	0.146926882	0.999998665
E-063.40508	0.174293442	0.999996595
E-061.28056	0.991957998	0.999998719
E-064.04712	0.261600592	0.999995953
E-061.2211	0.883490079	0.999998779
E-074.23945	0.259355637	0.999999576
E-062.9843	0.104312996	0.999997016
E-064.74055	0.226220789	0.999995259
E-073.10824	0.297662813	0.999999689
E-076.38072	0.133707397	0.999999362
E-072.88346	0.070726333	0.999999712

E-061.28386	0.681388333	0.999998716
E-076.19429	0.635096147	0.999999381
E-076.80231	0.476381568	0.99999932
E-063.78429	0.270553455	0.999996216
E-062.72295	0.230908485	0.999997277
E-061.80196	0.837658751	0.999998198
E-063.34864	0.734244669	0.999996651
E-073.15575	0.674576687	0.999999684

## النتائج والتوصيات

### أولاً : النتائج

1. إيجاد قيم الدوال النيتروسوفكية لبيانات المتغيرات و تحليلها
2. بناء مصفوفة المتغيرات النيتروسوفكية لكل من الدوال النيتروسوفكية للإيرادات المحصلة من إيرادات ناقلة البترول و إيرادات سفن البضائع الصب و الإيرادات الإجمالية و احجام حمولات ناقلات البترول و احجام حمولات سفن البضائع الصب و احجام السفن العابرة للقناة
3. تقدير كل من القيم العظمي و الصغرى لكل متغير للدوال النيتروسوفكية والخاصة بالمتغيرات التي تم دراستها
4. الارتباط النيتروسوفكي للدوال النيتروسوفكية لكل متغير علي حدي بين كل متغير علي حدي
5. الارتباط النيتروسوفكي بالدوال النيتروسوفكية بين كل متغيرين علي حدي
6. إيرادات قناة السويس المحصلة نتيجة عبور ناقلات البترول تأثرت تأثير ايجابيا بدقة
7. تكرار الخطوة السابقة كل متغير
8. نجد ان إيرادات قناة السويس المحصلة نتيجة عبور ناقلات البترول تتأثر تأثير ايجابيا بدرجة التأكد و عدم تأكد و حيادية بإجمالي الحمولات العابرة للقناة من ناقلات البترول
9. إيرادات قناة السويس المحصلة نتيجة عبور سفن البضائع الصب تتأثر تأثير ايجابيا بدرجة تأكد و عدم تأكد و حيادته بالنسبة لإجمالي الحمولات العابرة للقناة من سفن البضائع الصب
10. إيرادات قناة السويس المحصلة نتيجة عبور سفن البضائع الصب تتأثر تأثير ايجابيا بدرجة تأكد و عدم تأكد و حيادية

### ثانياً : التوصيات

1. تقترح الدراسة علي الباحثين اجراء تحليلات نيتروسوفكية علي دوال العضوية سواء كانت مثلثية او رباعية متماثلة و غير متماثلة و المقارنة بينها و اختيار الاكثر كفاءة
2. دراسة إيرادات لأنواع اخري عن سفن الاسطول العالمي العابرة للقناة و العوامل المؤثرة عليها مما يساهم في التعرف علي اهم العوامل المؤثرة علي الاجمالي من الإيرادات و ذلك لتعظيمها
3. دراسة التنبؤ لباقي الانواع الاخرى خلاف ناقلات البترول و سفن البضائع الصب
4. دراسة و تحليل احجام حمولات سفن الاسطول العالمي التي لا يمكن لمجري القناة باستقبالها و ذلك لتحقيق المزيد من تطوير المجري بما يسمح باستيعابها
5. توصي الدراسة متخذ القرار بالأخذ في الاعتبار البيانات و المعلومات ( اليقين و اللايقين )

## المراجع

### أولاً: المراجع العربية :

1. النشرات السنوية لهيئة قناة السويس ، سنوات مختلفة .
2. سلامة وآخرون دراسة 2018 بعنوان: نظام خبير فائز لاتخاذ القرار الأمثل بالتطبيق على مشروعات تطوير المجري الملاحي لقناة السويس , مجلة الدراسات التجارية المصرية
3. سلامة وآخرون دراسة 2018 بعنوان: الدوال الفازية لأهم المتغيرات المرتبطة بمشروعات تطوير المجري الملاحي لقناة السويس , مجلة الدراسات التجارية المصرية

## ثانياً: المراجع الأجنبية :

1. Haitham ELwahsha , Mona Gamala, A. A. Salama, I.M. El-Henawy, Modeling Neutrosophic Data by Self-Organizing Feature Map: MANETs Data Case Study, Procida Computer, IEEE. 2017.
2. Pinaki Majumdar, Neutrosophic Sets and Its Applications to Decision Making, ch4 in Computational Intelligence for Big Data Analysis 2017, M.U.C Womens College, Burdwan, India.DOI10.1007/978-3-319-16598-1\_4
3. A. A. Salama, Florentin Smarandache. Neutrosophic crisp probability theory & decision making process, Critical Review. Volume XII, 2016, pp 34-48, 2016.
4. A. A. Salama, Mohamed Eisa and M.M. Abdelmoghny,(2014), Neutrosophic Relations Database, International Journal of Information Sciences and intelligent Systems, Vol.(4) No.2,2014 .
5. A. A. Salama and F. Smarandache,(2013) Filters via Neutrosophic Crisp Sets, Neutrosophic Sets and Systems, Vol.1, No. 1, (2013) pp. 34-38.
6. Smarandach, (2002), "A new branch of philosophy, in multiple valued logic", An International Journal, 8(3): 297- 384.
7. F. Smarandach, (2003), "Neutrosophic set a generalization of the intuitionistic fuzzy sets", Proceedings of the third conference of the European Society for fuzzy logic and Technolgye, EUSFLAT, Septamper Zittau Geamany; Univ. of Applied Sciences at Zittau Goerlit 2, 141-146.
8. F.Smarandach, INTRODUCTION TONEUTROSOPHIC MEASURE, NEUTROSOPHIC INTEGRAL, AND NEUTROSOPHIC PROBABILITY <http://fs.gallup.unm.edu/eBooks-otherformats.htm> EAN: 9781599732534(2013).
9. I. M. Hanafy, A. A. Salama and K. M. Mahfouz, (2012), "Correlation of neutrosophic data" International Refereed Journal of Engineering and Science, 1(2): 39-43.
10. I.M. Hanafy, A.A. Salama and K.M. Mahfouz,," Neutrosophic Classical Events and Its Probability" InternationalJournal Computer Applications Research(IJMCAR) Vol.(3),Issue 1,Mar (2013) pp171-178.
11. L. A. Zadeh, (1965), "Fuzzy sets". Information and Control, 8: 338-353.
12. A. A. Salama,"Neutrosophic Crisp Points & Neutrosophic Crisp Ideals", Neutrosophic Sets and Systems, Vol.1, No. 1, (2013) pp 50-54.
13. A. A. Salama, Hewayda ElGhawalby, Asmaa.M.Nasr, Retract Neutrosophic Crisp System for Gray Scale Image, Asian Journal of Mathematics and Computer Research, ISSN No. : 2395-4205 (Print), 2395-4213 (Online), Vol.: 24, Issue.: 3, pp104-117,2018.
14. A. A. Salama, F.Smarandache, Neutrosophic Crisp Set Theory, Educational. Education Publishing 1313 Chesapeake, Avenue, Columbus, Ohio 43212( 2015).  
<https://www.amazon.com/?ie=UTF8&%2AVersion%2A=1&%2Aentries%2A=0>
15. A. A. Salama, Mohamed Abdelfattah, H. A. El-Ghareeb, A. M. Manie "Design and Implementation of Neutrosophic Data Operations Using Object Oriented Programming" INTERNATIONAL JOURNAL OF COMPUTER APPLICATION (IJCA) Issue 4, Volume 5 (sep- oct 2014) , ISSN-2250-1797IMPACT FACTOR: 2.52, <http://vixra.org/abs/1411.0506>
16. A. A. Salama, Mohamed Abdelfattah and Mohamed Eisa, Distances, Hesitancy Degree and Flexible Querying via Neutrosophic Sets, International Journal of Computer Applications, Volume 101– No.10, (2014)pp0975 – 8887.



# استخدام السلاسل الزمنية الفازية للتنبؤ الفازي

## (دراسة تطبيقية)

أحمد عبد الخالق سلامة	مرفت طلعت المحلاوي	محمود رياض محمود	هبة إبراهيم محمد عشري
قسم الرياضيات وعلوم الحاسب	قسم الإحصاء التطبيقي والتأمين	معهد الدراسات والبحوث الإحصائية	قسم الإحصاء التطبيقي والتأمين
كلية العلوم - جامعة بورسعيد	كلية التجارة-جامعة دمياط	جامعة القاهرة	كلية التجارة - جامعة دمياط

Received: 10 September 2020; Accepted: 28 October 2020; Published: date

**المخلص:** يتم استخدام التحليل الفازي للحصول على أعلى مستويات الدقة في التحليل الإحصائي، وتستخدم السلاسل الزمنية الفازية للتنبؤ الفازي بإيرادات قناة السويس من ناقلات البترول حيث أننا في حاجة لتحقيق تعظيم ربحية قناة السويس على مستوى الاقتصاد القومي من خلال الاختيار الأمثل لمشروعات تطوير القناة والتي تتمثل تلك الربحية المراد تعظيمها في الفرق بين الإيرادات المتوقعة وتكاليف التطوير للقناة وهو ما يدعو لضرورة التوصل لأدق تنبؤ بإيرادات قناة السويس مما يساعد متخذ القرار في اتخاذ القرار الأمثل ووضع الخطط المستقبلية لتطوير هذا المجرى الملاحي العالمي الهام الذي يعد أحد الدعائم الأساسية للاقتصاد المصري.

**الكلمات الدالة:** السلاسل الزمنية Time Series - المنطق الفازي FL - الفئات الفازية FS - نظرية الفئات الفازية FST - دالة الإنتماء Membership Function - السلاسل الزمنية الفازية Fuzzy Time Series - البرمجة الخطية الفازية Fuzzy Linear Programming - اتخاذ القرار الفازي Fuzzy Decision Making.

**Abstract:** Fuzzy Logic is one of the forms of logic used in expert systems (ES) and artificial intelligence (AI) applications. It is one of the most important types of artificial intelligence, called ambiguous logic or ambiguous. The Fuzzy Logic Theory (FST) and the Fuzzy Logic (FL). Many of the motivations prompted scientists to use and develop the logic to be used as a better method of processing data and addressing the most complex and ambiguous problems.

**Keywords:** Time Series, Fuzzy Logic, Fuzzy Theory, Fuzzy Set, Membership Function, Fuzzy Time Series, Fuzzy linear Programming, Fuzzy Decision Making.

### 1. مُقدِّمة

حيث تعد قناة السويس من أهم القطاعات الاقتصادية بالدولة فهي قناة ملاحية عالمية وممر دولي تجاري مائي هام يربط البحر المتوسط عند بورسعيد بالبحر الأحمر عند السويس وشرياناً مالياً رئيسياً على المستوى المحلي والاقتصاد القومي من النقد الأجنبي كما تتميز بأن حركة الملاحة مستمرة طوال اليوم أى ليلاً ونهاراً وتكاد تكون نسبة الحوادث معدومة بالمقارنة بالقنوات الأخرى وتعد قناة السويس أطول قناة ملاحية في العالم بدون أهوسة بالإضافة لقابلية مجراها الملاحي للتطوير سواء مشروعات تطوير زيادة رأسيه أو أفقية، و اخر تلك المشروعات هي قناة السويس الجديدة من الكيلو 61 إلى الكيلو 95 (طبقاً للترقيم الكيلومتري للقناة). تم افتتاحها في 6 أغسطس 2015 بطول 35 كم بالإضافة إلى توسيع وتعميق تفريعات البحيرات المرة والبلاخ. طول 87 كم ليصبح الطول الاجمالي للمشروع 72 كم من الكيلو متر 50 إلى الكيلو متر 122. ويهدف المشروع إلى تلافي المشكلات القديمة لقناة السويس وهي توقف قافلة الشمال لمدة تزيد عن 11 ساعة في منطقة البحيرات المرة. ويسمح باستيعاب للسفن العملاقة بغاطس 55 قدم وبتكلفة بلغت 4 مليار دولار مما سيساهم في زيادة دخل القناة مستقبلاً.

كما ان قناة السويس توجد في منطقة تشهد تزايد مخاطر المنافسة المستمرة والمتزايدة من قبل العديد من الطرق ووسائل النقل المنافسة لها، مما يؤدي لزيادة خطورة اتخاذ القرار الاستثماري. ونكون بحاجة لاتخاذ قرار استثماري أمثل بما يحقق تعظيم ربحية قناة السويس على مستوى الاقتصاد القومي وذلك من خلال الاختيار الأمثل لمشروعات تطوير مجراها الملاحي.

## 2. مشكلة البحث:

حيث أننا في حاجة لتحقيق تعظيم ربحية قناة السويس على مستوى الاقتصاد القومي من خلال الاختيار الأمثل لمشروعات تطوير القناة والتي تتمثل تلك الربحية المراد تعظيمها في الفرق بين الإيرادات المتوقعة وتكاليف التطوير للقناة وهو ما يدعو لضرورة التوصل لأدق تنبؤ بإيرادات قناة السويس مما يساعد متخذي القرار في اتخاذ القرار الأمثل ووضع الخطط المستقبلية لتطوير هذا المجرى الملاحي العالمي الهام الذي يعد أحد الدعائم الأساسية للاقتصاد المصري فسوف نستخدم التحليل الفازي للحصول على أعلى مستويات الدقة في التحليل الاحصائي، والتنبؤ الفازي بإيرادات قناة السويس من ناقلات البترول باستخدام السلاسل الزمنية الفازية لاتخاذ القرار الفازي.

## 3. هدف البحث:

يهدف البحث إلى التنبؤ الفازي بإيرادات قناة السويس من ناقلات البترول باستخدام السلاسل الزمنية الفازية لاتخاذ القرار الفازي الأمثل بشأن مشروعات تطوير المجرى الملاحي لقناة السويس بهدف تحقيق أقصى ربحية ممكنة على مستوى الاقتصاد القومي. وذلك من خلال الأهداف الفرعية التالية:

1. إيجاد قيم دوال العضوية لبيانات المتغيرات المرتبطة بمشروعات تطوير المجرى الملاحي لقناة السويس وتحليلها.
2. تحليل السلسلة الزمنية لإيرادات قناة السويس من ناقلات البترول.
3. التنبؤ الفازي بإيرادات قناة السويس من ناقلات البترول.

## 4. حدود البحث:

### النطاق الزمني:

البيانات خلال الفترة 1976:2015.

### النطاق المكاني:

- مشروعات تطوير مجرى قناة السويس الملاحي دون غيرها من أوجه الإنفاق الاستثماري غير المرتبطة بتطوير المجرى الملاحي للقناة.
- تقتصر الدراسة على خطط التطوير المعلنة من هيئة قناة السويس.

## 5. الدراسات السابقة

### 1) دراسة (Hao-Tien Liu (2007

الدراسة بعنوان: **An improved fuzzy time series forecasting method using trapezoidal fuzzy numbers.**

اقترح الباحث طريقة لتحسين التنبؤ باستخدام السلاسل الزمنية الفازية، ويمكن أن توفر لمحلل القرار مختلف الفترات المتوقعة لدرجات مختلفة من الثقة، بالإضافة إلى تقليل خطأ التنبؤ وتحسين دقة التنبؤ. وتم استخدام أمثلة عديدة لتوضيح الطريقة المقترحة ومقارنة دقة التنبؤ مع ثلاثة أساليب للسلاسل الزمنية الفازية. وثبت أن هذه الدراسة يمكن أن توفر لمحلل القرار أداة أفضل للمساعدة في اتخاذ القرارات. وأحد العوائق الرئيسية لنماذج التنبؤ بالسلاسل الزمنية الفازية الحالية أنها توفر فقط قيمة نقطة واحدة متوقعة تماماً مثل الطرق التقليدية للسلاسل الزمنية. وبالتالي فإنها لا يمكن أن توفر لمحلل القرار معلومات أكثر فائدة. وكان الهدف من هذا البحث هو تصميم طريقة محسنة للتنبؤ بسلسلة زمنية فازية تكون فيها القيمة المتوقعة عدداً فائزاً شبه منحرف بدلاً من قيمة نقطة واحدة. والطريقة المقترحة تؤدي لزيادة دقة التنبؤ. وقد تم استخدام مجموعتين من البيانات العددية لتوضيح تلك الطريقة المقترحة ومقارنة دقة التنبؤ بثلاث سلاسل زمنية متقطعة. تشير نتائج المقارنة إلى أن الطريقة المقترحة يمكن أن تولد قيم تنبؤ أكثر دقة.

### 2) دراسة (Rosma mohd dom (2009

الدراسة بعنوان: **A Fuzzy Regression Model for the Prediction of Oral Cancer Susceptibility**

اقترح الباحث برنامج لتقدير العلاقة بين المتغيرات المستقلة المدخلات والمتغير التابع ذو الطبيعة الثنائية، كما تم تطوير أسلوب الانحدار الفازي وإجراء اختبارات الصلاحية في حالة المتغير التابع ثنائي القيمة وبناء نماذج انحدار فازي والتنبؤ بالمتغير الثنائي وتطبيقه على بيانات سرطان الفم وقد تم بناء أربعة نماذج كما يلي:

النموذج الأول: للتنبؤ بسرطان الفم ويعتمد على أداء الأطباء كخبراء Clinicians.

النموذج الثاني: يعتمد على المنطق الفازي.

النموذج الثالث: يعتمد على الشبكات العصبية الفازية.

النموذج الرابع: يعتمد على الانحدار اللوجستي.

وقد اتضح أن نموذج الانحدار الفازي ونموذج الشبكات العصبية الفازية ونموذج الانحدار اللوجستي لديهم قدرة لإيجاد القيمة المثلى للمدخلات أى المتغيرات التفسيرية.

### 3 دراسة (Shapero et al. 2009)

الدراسة بعنوان: The Fuzziness in Regression Models

وفيها قام الباحثون باختبار وجود علاقة معنوية واضحة بين المتغير التابع والمتغير المستقل في نموذج الانحدار وهل هي علاقة فازية أم لا (غير فازية) وذلك بمعالجة تشتت معاملات الانحدار كمقياس إحصائي للعلاقة الفازية بين المتغير التابع والمتغير المستقل واختبار الفرض الإحصائي أن تشتت البيانات بسبب الخطأ العشوائي. وإجراء المحاكاة لعدد 80000 محاولة، وقد تم استنتاج عدم رفض الفرض بأن العلاقة بين المتغير التابع والمتغير المستقل ليست فازية.

### 4 دراسة (Mir Hasan et al. 2010)

الدراسة بعنوان: Human Disease Diagnosis Using a Fuzzy Expert System

تم اقتراح نظام خبير فازي على شبكة الإنترنت لتشخيص الأمراض البشرية. حيث أن تشخيص الأمراض البشرية يعد عملية معقدة وتتطلب مستوى عالي من الخبرة. ولبناء نظام خبير على شبكة الإنترنت يتناول تشخيص الأمراض البشرية يمكن أن يتغلب على العديد من الصعوبات. حيث نجد في الوقت الحالي استخدام النظم الفازية بنجاح في العديد من مجالات التطبيق؛ حيث تستخدم قواعد لغوية لوصف الأنظمة. ويهتم هذا البحث بتطوير وتحسين إمكانية تبادل المعلومات الصحية بين العاملين في مجال الرعاية الصحية والمرضى. ويمكن للممارسين أيضاً استخدام هذه الأداة على شبكة الإنترنت لإثبات التشخيص. ويجرى تجريب النظام المقترح على سيناريوهات مختلفة من أجل تقييم أدائه. وفي جميع الحالات، يؤدي النظام المقترح إلى نتائج مرضية. وتعد التطبيقات القائمة على المعرفة هي أحدث التكنولوجيات على الإنترنت. ويمكن للنظام المقترح القائم على المعرفة على الإنترنت أن يلعب دوراً حيوياً لمستخدمي النظام. ويسهل النظام على المستخدمين تحديد الأمراض المحتملة بسرعة كبيرة بمساعدة نظام خبير قائم على المعرفة. كما يتم إنشاء قاعدة المعرفة استناداً إلى التغذية المرتدة من الخبراء والأطباء المتخصصين، ويمكن للمستخدمين أيضاً الاعتماد عليه.

### 5 دراسة (Nureize & J. Watada 2010)

الدراسة بعنوان: A Fuzzy Regression Approach to a Hierarchical Evaluation Model for Oil Palm Fruit Grading

تم استخدام نموذج الانحدار الفازي في بناء نموذج تقييم هرمي فازي يميز معايير درجة ثمرة زيت النخيل وتحديد الأوزان الغامضة لتلك المعايير، وكذلك للمساعدة في التقييم واتخاذ القرار ولتوقع تنميه أمثل في المجالات الزراعية، حيث تحتاج عملية مراقبة وفحص جودة المحصول إلى أن تتم بصورة صحيحة للتأكد من ارتفاع الجودة التي يتم تحديدها للانتاج.

### 6 دراسة (M. Mosleh et al. 2010)

الدراسة بعنوان: Evaluation of Fuzzy Regression Models by Fuzzy Neural Network

اقترح الباحثون أسلوب جديد يعتمد على الشبكات العصبية الفازية يهدف إلى تقريب معالم نماذج الانحدار الفازية سواء الخطية أو غير الخطية ويعمل على تذنية دالة التكاليف للشبكات العصبية الفازية، كما قدمت هذه الدراسة العديد من الأمثلة الرقمية لشرح كيفية استخدام ذلك الأسلوب.

### 7 دراسة (Zeynep Sener 2010)

الدراسة بعنوان: A Fuzzy Regression and Optimization Approach for Setting Target Levels in Software

Quality Function Deployment



قد تم استخدام أسلوب (SQFD) Software quality function deployment : وتطبيق أدوات تحسين جودة البرمجيات استجابته لاحتياجات مستخدمي البرمجيات وذلك لتحسين جودة البرمجيات وتعظيم رضا العملاء وإيجاد منتجاً يغطي الاحتياجات المتوقعة للعملاء وتلك الدراسة تعرض أسلوب الانحدار الفازي لتحديد المستويات المثلى لاسلوب (SQFD) حيث أن العلاقات الفازية الموجودة في نموذج (SQFD) تبرز استخدام نموذج الانحدار الفازي. وقد استخدم الانحدار الفازي لتحديد العلاقات الدالية بين رغبات المستهلكين والخواص الفنية وبين الخواص الفنية ذاتها واستخدام أسلوب نموذج البرمجة الرياضية لتحديد المستويات المثلى للخواص الفنية مع استخدام العلاقات الدالية المتحصل عليها من نتائج الانحدار الفازي.

#### 8) دراسة (S.Rajaram and V.Vamitha (2012)

الدراسة بعنوان: A Modified Approach on Fuzzy Time Series Forecasting

تم تطوير طريقة التنبؤ بالسلاسل الزمنية الفازية على أساس أقرب الأعداد شبه المتماثلة ويستخدم توزيع لتقسيم الفترات مع طول مختلف. وعن طريق تحويل الأرقام الفازية شبه منحرف من وإلى أقرب أرقام متماثلة شبه منحرف متماثل وباستخدام وظيفة الترتيب تم تحسين دقة التنبؤ. يهدف التنبؤ غير المؤكد استناداً إلى بيانات غير مؤكدة. في البحث لأقرب الأرقام شبه متماثلة تستخدم لزيادة دقة التنبؤ. ثم استخدام مثال توضيحي للتنبؤ للتحقق من فعالية النموذج المقترح ومقارنتها مع بعض الطرق الحالية لتأكيد الفوائد المحتملة للنهج المقترح مع خطأ صغير جداً.

#### 9) دراسة (Smita S. et al. (2013)

الدراسة بعنوان: Fuzzy Expert System (FES) for Medical Diagnosis

اثبت الباحثون أن المنطق الفازي أداة فعالة لصنع القرار الذكي الذي يعتمد على ملاحظات ومعرفة الخبراء. ويستعرض هذا البحث اتجاه تطوير نظم الخبرة الفازية وتطبيقاتها في المجال الطبي خلال الفترة السابقة. وقد تم التحقق في أهمية نظم الخبرة الفازية في التشخيص الطبي وتم التصنيف إلى خمس أجزاء: استعراض الدراسات الاستقصائية على نظم الخبرة الفازية في التشخيص الطبي، وتطبيقات نظم الخبرة الفازية في التشخيص الطبي، منهجيات ونمذجة نظم الخبرة الفازية، نهج الشبكات العصبية الفازية، والاطار العام لنظم الخبرة الفازية. ويلاحظ أن تطوير التطبيقات الخاصة بالأمراض باستخدام نظم الخبرة الفازية هو المجال الذي يهتم به الباحثون اهتماماً كبيراً. وتم عرض المساهمات السابقة وتصنيف وتحليل ذلك.

#### 10) دراسة (Mohammed A. Al-Sulaiman et al. (2014)

الدراسة بعنوان: Estimation of Total Dissolved Salts of Irrigation Water Using Adaptive Neuro Fuzzy Inference System

تم توظيف منظومة استنتاج عصبية فازية مكيفة (Adaptive Neuro Fuzzy Inference Systems; ANFIS) لتقدير تركيز مجموع الأملاح الذائبة لمياه الري من الآبار، وتستخدم المنظومة المقترحة المنطق الفازي في صياغة القواعد Rules الموضحة لتأثير العوامل على تركيز مجموع الأملاح الذائبة لمياه الري. استخدم نموذج سيجينو Sugeno من الرتبة الأولى للمنظومة لاشتقاق دوال العضوية Membership functions وقواعد إذا-لـ IF-Then. وتم استخدام تحليل الانحدار الخطي المتعدد للتنبؤ بتركيز مجموع الأملاح الذائبة في عينه مياه من خلال نفس العناصر الكيميائية للمقارنة. وأظهرت النتائج أن القيم المقدرة من منظومة ANFIS المقترحة كانت قريبة جداً من القيم الفعلية وبالتالي يمكن استخدامها لتقدير تركيز مجموع الأملاح الذائبة كنظام مساعد في إدارة مياه الري.

#### 11) دراسة (R. Osuna-Gomez et al. (2017)

الدراسة بعنوان: Different Optimum Notions for Fuzzy Functions and Optimality Conditions associated

تم تطبيق الأعداد الفازية على مشاكل القرار في حالات عدم التأكد وتحديد مفاهيم الأمثلية لمتخذ القرار وإثبات أهميته وكفاءة شروط الأمثلية كخطوات ضرورية في عملية حل المشكلات من خلال الأمثلة المتنوعة.

#### 12) دراسة (Kai Yao (2017)

الدراسة بعنوان: Conditional Uncertain set and conditional membership Function

تم دراسة المجموعات غير المؤكدة الشرطية ودوال العضوية لها وأوضح عدم وجود علاقة بين دالة العضوية للفئة الأصلية غير المؤكدة ودالة العضوية للفئة غير المؤكدة الشرطية. وتم أثبات أن الفئة غير المؤكدة الشرطية يكون لها دالة عضوية في حالتين هما:

الفئة الأصلية غير المؤكدة ترتب وتعرف في فراغ غير مؤكد متصل، الفئة الأصلية غير المؤكدة لها دالة عضوية مستقلة عن الحدث.

## 6. خطة البحث:

تم تناول الدراسة من خلال المباحث الآتية: المبحث الأول: السلاسل الزمنية، المبحث الثاني: السلاسل الزمنية الفازية، المبحث الثالث: التنبؤ الفازي، والنتائج والتوصيات.

### 6.1 المبحث الأول: السلاسل الزمنية

تعرف السلاسل الزمنية Time Series بأنها مجموعة من المشاهدات المتتالية المرتبطة بفترات زمنية حيث يتم رصدها تتابعياً خلال الزمن. ويهدف تحليل بيانات السلاسل الزمنية إلى وصف سلوك السلسلة الزمنية محل الدراسة، وتفسير التغيرات والعوامل المؤثرة على السلسلة الزمنية، والتنبؤ بالقيم المستقبلية للسلسلة، والتحكم في العملية التي تولد السلسلة بغرض تحقيق هدف معين.

المفاهيم الأساسية لتحليل السلاسل الزمنية

السكون Stationarity

يعد السكون من المفاهيم الأساسية والهامة في تحليل السلاسل الزمنية حيث يعد من الفروض اللازمة لتحليل السلسلة الزمنية، ويتحقق كون السلسلة الزمنية ساكنة بالمعنى الضعيف بتوافر ما يلي:

- عدم ظهور أي اتجاه للتزايد أو التناقص مع الزمن ومن ثم افتراض ثبات قيمة الوسط الحسابي للسلسلة.
- ثبات درجة التشتت حول الوسط الحسابي والذي يعبر عن تباين السلسلة ومن ثم ثبات تباين السلسلة.

الانعكاس Invertability

يعد الانعكاس من المفاهيم الأساسية والهامة في تحليل السلاسل الزمنية ويعبر الانعكاس عن إمكانية تقدير الخطأ العشوائي بدلالة القيم المشاهدة للسلسلة وتنطبق خاصية الانعكاس على النموذج الممثل للسلسلة الزمنية، بعكس خاصية السكون الممثلة للسلسلة الزمنية ذاتها.

### دالة الارتباط الذاتي (ACF) Autocorrelation Function

تعرف دالة الارتباط الذاتي بأنها علاقة دالية بين معاملات الارتباط الذاتي  $\rho_k$  بين قيم السلسلة المتتالية والفجوات الزمنية  $K$  التي تفصل بين هذه القيم. ويتم استخدام دالة الارتباط الذاتي ACF في الحكم المبدئي على سكون السلسلة كما أنه يستفاد منها في تحديد نموذج ملائم لوصف بيانات السلسلة الزمنية محل الدراسة بمقارنة نمط دالة الارتباط الذاتي لبيانات السلسلة ببعض الأنماط النظرية في حالة النماذج المختلفة.

### دالة الارتباط الذاتي الجزئي (PACF) Partial Autocorrelation Function

تعرف دالة الارتباط الذاتي الجزئي بأنها علاقة دالية بين كلاً من معاملات الارتباط الذاتي الجزئي والفجوات الزمنية، وتستخدم دالة الارتباط الذاتي الجزئي في المساعدة في اختيار النموذج الملائم لوصف بيانات السلسلة الزمنية محل الدراسة، كذلك اختبار كفاءة النموذج المقدر بالتأكد من عشوائية البواقي. وباستخدام كلاً من دالة الارتباط الذاتي ودالة الارتباط الذاتي الجزئي نستطيع اختيار النموذج الملائم الذي يصف بيانات السلسلة الزمنية كما نجد أنه يمكن الحكم المبدئي على سكون السلسلة إذا كانت معاملات دالة الارتباط الذاتي تقترب بسرعة نحو الصفر سواء كانت في شكل دالة أسية أو دالتين أسيتين أو موجات من دالة الجيب، فيعد ذلك مؤشراً على استقرار السلسلة، وذلك بالإضافة أنه يستفاد منها في تحديد نموذج ملائم لوصف بيانات السلسلة الزمنية محل الدراسة وذلك بمقارنة نمط ACF, PACF لبيانات السلسلة ببعض الأنماط النظرية في حالة النماذج المختلفة.

- نماذج السلاسل الزمنية

### نموذج الانحدار الذاتي (AR) Autoregressive Model

نتيجة لاعتماد المتغير التابع على القيمة السابقة فيطلق عليها عملية انحدار ذاتي

ويمكن التعبير عن نموذج الانحدار الذاتي باستخدام القيم الأصلية كما يلي :

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \delta + \varepsilon_t$$

$y_t$ : المشاهدات الفعلية للسلسلة الزمنية محل الدراسة.

$\phi_i$ : معاملات الانحدار الذاتي حيث:  $i = 1, 2, \dots, p$ ،  $p$  رتبة النموذج.

$\delta$ : مقدار ثابت.

$\varepsilon_t$ : متغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط يساوي الصفر وتباين ثابت.

ويمكن كتابة النموذج السابق بالشكل التالي:

$$\phi(B) y_t = \delta + \varepsilon_t$$

$$\phi(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)$$

حيث:  $(B)$  مشغل الإزاحة للخلف Backward Shift Operator

### نموذج المتوسطات المتحركة (MA) Moving Average Model

الصيغة العامة لنماذج المتوسطات المتحركة باستخدام القيم الأصلية هي:

$$y_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

$y_t$ : المشاهدات الفعلية للسلسلة الزمنية محل الدراسة

$\mu$ : الوسط الحسابي للسلسلة الزمنية

$\theta_j$ : معالم نموذج المتوسطات المتحركة المراد حسابها حيث:  $j = 1, 2, \dots, q$

$\varepsilon_t$ : متغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط يساوي الصفر وتباين يساوي  $\sigma^2$ . ويمكن كتابة النموذج السابق بصورة مختصرة.

$$y_t = \mu + \theta(B) \varepsilon_t$$

$$\theta(B) = 1 - \theta_1(B) - \theta_2(B)^2 - \dots - \theta_q(B)^q$$

$(B)$  مشغل الإزاحة للخلف Backward Shift Operator

### نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة المختلط

#### Autoregressive Moving Average Model (ARMA)

يأخذ النموذج باستخدام القيم الأصلية للمشاهدات الشكل التالي:

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \delta + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

$y_t$ : القيم الفعلية للسلسلة الزمنية محل الدراسة.

$\delta$ : كمية ثابتة.

$\phi_i$ : معالم الانحدار الذاتي حيث:  $i = 1, 2, \dots, P$

$\theta_j$ : معالم المتوسطات المتحركة حيث:  $j = 1, 2, \dots, q$

$\varepsilon_t$ : متغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط يساوي الصفر وتباين ثابت  $\sigma^2$

الصورة المختصرة

$$\phi(B) y_t = \theta(B) \varepsilon_t + \delta$$

$$\phi(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)$$

$$\theta(B) = 1 - \theta_1(B) - \theta_2(B)^2 - \dots - \theta_q(B)^q$$

### نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA)

لتحويل السلاسل الزمنية غير الساكنة إلى سلاسل زمنية ساكنة يمكن اخذ الفروق مرة أو أكثر لإزالة الاتجاه العام وهنا يمكن استخدام

بعض نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية ويشار إليها (ARIMA)  $(p, d, q)$  حيث نجد أن:

$p$ : رتبة عملية الانحدار الذاتي.

d : عدد الفروق اللازمة لتحقيق السكون في الوسط.

q : رتبة عملية المتوسطات المتحركة.

والشكل العام لنموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية كما يلي:

$$W_t = \phi_1 w_{t-1} + \phi_2 w_{t-2} + \dots + \phi_p w_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} + \delta$$

الصورة المختصرة

$$- \dots - \phi_p) \phi_{21} - \delta = \mu (1 - \phi$$

$$W_t = \nabla^d y_t$$

$\nabla$  : مشغل الفروق.

d : رتبة الفروق العادية.

### - منهجية Box-Jenkins

يعتبر أسلوب Box-Jenkins من الأساليب الإحصائية الهامة في تحليل السلاسل الزمنية وقد أصبحت أكثر الطرق انتشاراً واستخداماً

لما لها من مميزات تتمثل فيما يلي:

تغطي حلول مناسبة لكافة مراحل تحليل السلاسل الزمنية مما يعني

■ شموليتها.

■ تعتمد على نماذج ARMA التي أظهرت تفوقها في الحصول على تنبؤات دقيقة.

■ تمدنا بفترات ثقة مناسبة لمعالم النموذج وللمشاهدات المستقبلية.

■ ينتج عنها تنبؤات موثوق بها.

■ يوجد العديد من الحزم الإحصائية القادرة على تنفيذ جميع مراحل التحليل بكفاءة.

إلا أنه يعاب عليها فيما يلي:

■ تفترض ضرورة وجود عدد كبير من مشاهدات السلسلة الزمنية.

■ تتطلب خبرة ومهارة عالية لتطبيق عملياً.

وتتمثل الخطوات الرئيسية لتحليل السلاسل الزمنية باستخدام أسلوب Box-Jenkins فيما يلي:

■ مرحلة التعرف على النموذج Model Identification

■ مرحلة تقدير النموذج Model Estimation

■ مرحلة فحص النموذج Model Checking

■ مرحلة التنبؤ Forecasting

### التعرف على النموذج Model-Identification

ويتم في هذه المرحلة اختيار نموذج ملائم لوصف بيانات السلسلة الزمنية محل الدراسة، وذلك بناءً على افتراض رئيسي- وهو

سكون السلسلة، وبالتالي يجب التحقق أولاً من شروط سكون السلسلة الزمنية من خلال رسم المنحنى الزمني للسلسلة الزمنية -Time

Series Plot للتعرف على الخصائص المميزة لها، وفحص دالة الارتباط الذاتي للتحقق من سكون السلسلة الزمنية.

والجدول التالي يوضح الأشكال التي تأخذها كل من دالة الارتباط الذاتي ودالة الارتباط الذاتي الجزئي

النموذج	دالة الارتباط الذاتي الجزئي PACF	دالة الارتباط الذاتي ACF
AR(p)	تساوى الصفر بعد الفجوة الزمنية p	تقترب تدريجياً من الصفر
MA(q)	تقترب تدريجياً من الصفر	تساوى الصفر بعد الفجوة الزمنية q
ARMA (p,q)	تقترب تدريجياً من الصفر	تقترب تدريجياً من الصفر

### تقدير النموذج Model-Estimation

بعد التعرف على النموذج الملائم من بين مجموعة نماذج ARIMA. يتم بهذه المرحلة تقدير معلمات النموذج الخاصة بالنموذج

المقترح . ومن أشهر طرق التقدير:

■ طريقة الإمكان الأعظم Maximum Likelihood Method

### ▪ طريقة المربعات الصغرى Least Squares Method

وتستخدم طريقة المربعات الصغرى لسهولة الخصائص الجيدة التي تتمتع بها كما أنها تعتمد على اختيار مقدرات المعالم التي تجعل مجموع مربعات الأخطاء أقل ما يمكن.

### فحص النموذج Model – Checking

يتم بهذه المرحلة اختبار مدى ملاءمة النموذج المقدر حتى يمكن استخدامه في التنبؤ. وفي حالة عدم ملاءمته يتم تعديله مرة أخرى وتحديد نموذج آخر وإعادة تقديره واختباره لنحصل على أنسب نموذج ، ويجب أن يجتاز النموذج مجموعة من الشروط حتى نستطيع أن نقبله تتمثل فيما يلي:

- التحقق من شروط السكون والانعكاس.
- اختبار معنوية معاملات النموذج المقدر.
- التحقق من أن النموذج يحتوي على عدد قليل من المعلمات Parsimonious.
- التحقق من عشوائية البواقي الخاصة بالنموذج.
- دراسة القدرة التنبؤية للنموذج.
- التحقق من أن النموذج لا يحتوي على معلمات غير ضرورية Redundant.

### التنبؤ Forecasting

تعد مرحلة التنبؤ عند استخدام أسلوب Box-Jenkins هي المرحلة الأخيرة من مراحل تحليل السلسلة الزمنية وفيها يتم التنبؤ بالقيم المستقبلية للسلسلة، فالتنبؤ هو الهدف النهائي من تحليل السلاسل الزمنية، ويمكننا تصنيف التنبؤ إلى ما يلي:

#### ▪ التنبؤ بنقطة: Point Forecast

تعتبر أكثر الطرق ملاءمة للحصول على التنبؤات بنقطة من نماذج ARIMA هي معادلة الفروق Difference-Equation والتي تأخذ الشكل التالي:

$$y_{t+h} = \phi_1 y_{t+h-1} + \dots + \phi_p y_{t+h-p} + \varepsilon_{t+1} - \theta_1 \varepsilon_{t+h-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t+h-q} + \delta$$

حيث : t : نقطة التنبؤ للأصل Forecast Origin.

h : فترة التنبؤ للأمام Forecast Lead Time.

#### ▪ التنبؤ بفترة: Interval Forecast

بعد الحصول على التنبؤ بنقطة يمكننا قياس عدم التأكد حول هذه النقطة بإنشاء فترات تنبؤ يعبر عنها بحدود ثقة قدرها  $\alpha\%$  (1- $\alpha$ ) وتأخذ الشكل التالي:

$$y_{n+h} = y_n(h) \pm Z_{\alpha/2} SE(\varepsilon_t(h))$$

$Z_{\alpha/2}$ : القيم الجدوليه - جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

SE: الخطأ المعياري للتنبؤ.

### جودة التنبؤ

بمجرد الحصول على قيمة الملاحظة التالية  $y_{n+1}$  نستطيع تعديل جميع التنبؤات السابق الحصول عليها لتناسب المعلومة الجديدة الناتجة من معرفة القيمة الفعلية للملاحظة  $y_{n+1}$  ونستطيع الحصول على التنبؤات الجديدة باستخدام أحد الأسلوبين التاليين:

- استخدام قيمة الملاحظة الجديدة في إعادة تقدير معالم النموذج ثم استخدام النتائج التي تم

التوصل إليها في الحصول على تنبؤات جديدة ويسمى هذا الأسلوب بالتحديث التتابعي للتنبؤ Sequential Updating Forecasting . استخدام الفترة n+1 بدلاً من الفترة n كنقطة بداية للحصول على تنبؤات جديدة باستخدام قيمة الملاحظة الجديدة  $y_{n+1}$  دون الحاجة إلى إعادة تقدير معالم النموذج ويسمى هذا الأسلوب Adaptive Forecasting. والأسلوب الأول في الحصول على التنبؤ يختلف من حيث إعادة تقدير معالم النموذج وفحص مدى الملاءمة في كل مرة يتم فيها الحصول على مشاهدة

جديدة ثم استخدام النموذج في التنبؤ، أما الأسلوب الثاني فيسمح بتحديث التنبؤات السابقة لأي من نماذج ARIMA والتي تم الحصول عليها لعدد  $h$  من الفترات في المستقبل دون الحاجة لاستخدام جميع البيانات السابقة.

## 6.2 المبحث الثاني: السلاسل الزمنية الفازية

### Fuzzy Time Series السلاسل الزمنية الفازية

#### تعريف (1)

تعرف المجموعة الفازية  $A$  كمجموعة جزئية غير مؤكدة من المجموعة الاساسية

$$X. A = \{ (x, \mu_A(x)) \mid x \in X \}$$

ويتم تقييم عدم التأكد من خلال دالة العضوية  $\mu_A(x)$ .

#### تعريف (2)

$Y(t) \{ t = 0, 1, 2, 3, \dots \}$ , a subset of  $R$ , universe of discourse

$$f_i(t) \quad (i = 1, 2, 3, \dots)$$

$F(t)$  collection of  $f_i(t)$  Then  $F(t)$  Fuzzy time series on  $Y(t)$ .

ومن التعريف يتضح أن:

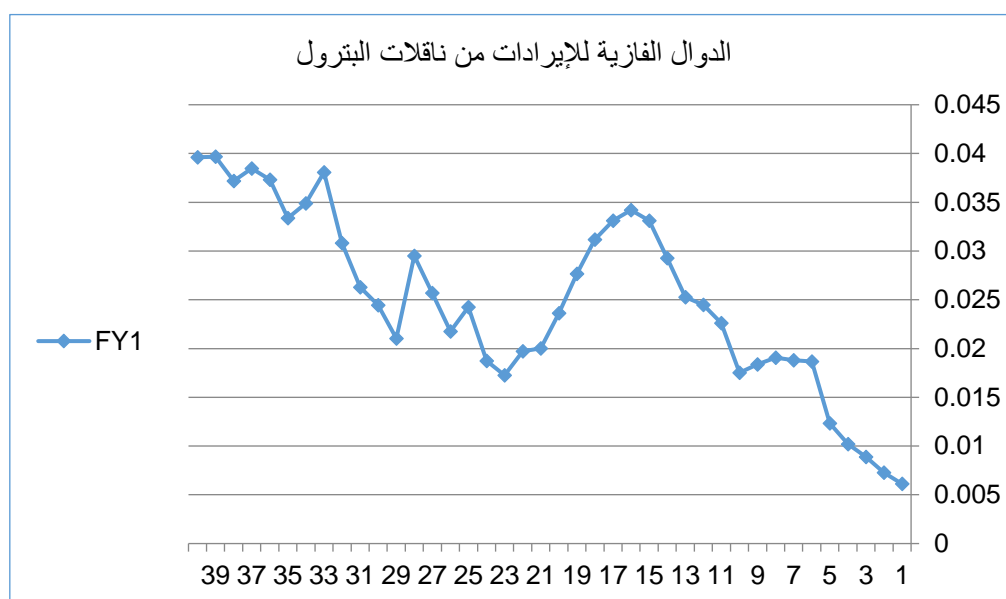
- $F(t)$  دالة في الزمن.
- $F(t)$  تعتبر متغير لغوي، حيث للمتغير اللغوي قيم ممثلة بمجموعات فازية.
- $F(t)$  هي القيم اللغوية  $(f_i(t) \mid i = 1, 2, 3, \dots)$  حيث يتم تمثيل  $(f_i(t), i = 1, 2, 3, \dots)$  بواسطة المجموعات الفازية.

### التنبؤ باستخدام السلاسل الزمنية الفازية

- 1- إيجاد ( maximum  $D_{\max}$  and the minimum  $D_{\min}$  ) لكل  $Av_t$   
 $U = [D_{\min} - D_1, D_{\max} + D_2]$
- 2- تقسيم  $U_i$  ،  $i = 1$  to  $7$   
 $V_1 = [d_1, d_2], V_2 = [d_2, d_3], \dots, V_m = [d_m, d_{m+1}]$
- 3-  
 $A_1 = [d_0, d_1, d_2, d_3]$   
 $A_2 = [d_1, d_2, d_3, d_4]$   
 $A_{m-1} = [d_{m-2}, d_{m-1}, d_m, d_{m+1}]$   
 $A_m = [d_{m-1}, d_m, d_{m+1}, d_{m+2}]$ .
- 4- في حالة ان بيانات السلسلة داخل المدى  $v_j$  فإنها تنتمي للعدد الفازي  $A_j$
- 5- العلاقات المنطقية الفازية.
- 6- ترتيب العلاقات المنطقية الفازية حيث:  
 $A_j \rightarrow A_{k1}, A_j \rightarrow A_{k2}, \dots, A_j \rightarrow A_{kp}$
- 7- القيمة المتوقعة في الزمن  $t$  ،  $F_v$  تحدد من خلال القواعد الاستدلالية.

### ايرادات قناة السويس المحصلة من ناقلات البترول

فيما يلي يتم توضيح الدوال الفازية لايرادات قناة السويس المحصلة من ناقلات البترول  
يوضح الشكل التالي رقم (1) الدوال الفازية لايرادات قناة السويس المحصلة من ناقلات البترول



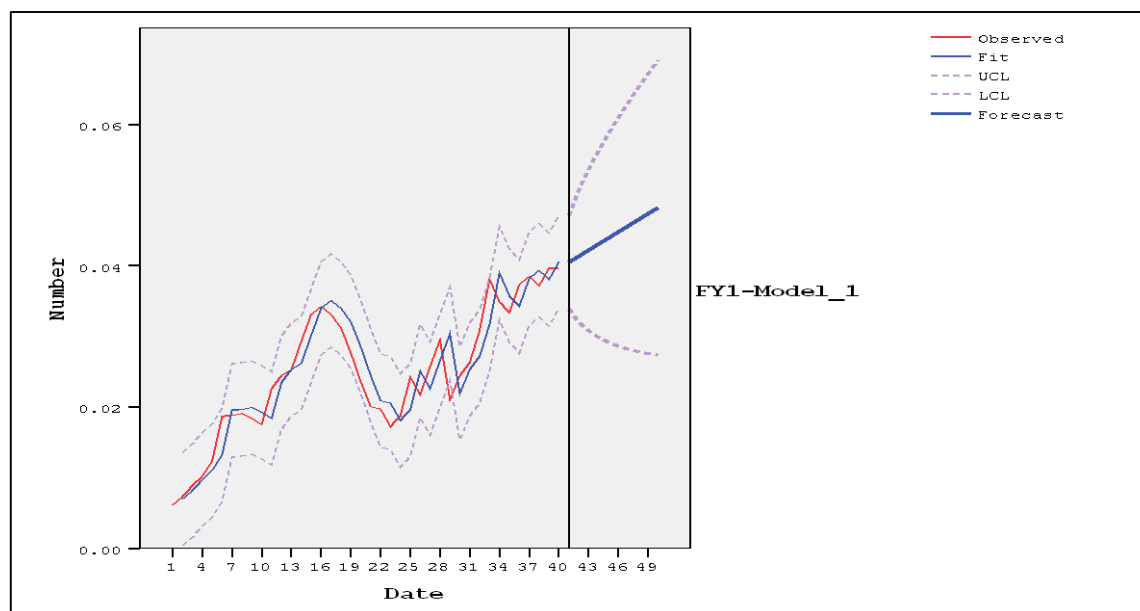
شكل رقم (1)

الدوال الفازية لإيرادات قناة السويس المحصلة من ناقلات البترول

### 6.3 المبحث الثالث: التنبؤ الفازي

التنبؤ الفازي بإيرادات قناة السويس من ناقلات البترول

يوضح الشكل التالي رقم (2) القيم المتنبأ بها إيرادات قناة السويس من ناقلات البترول



شكل رقم (2)

شكل يوضح القيم المتنبأ بها إيرادات قناة السويس من ناقلات البترول

وكما يتضح من الشكل أن إيرادات قناة السويس المحصلة نتيجة عبور ناقلات البترول تتأثر تأثيراً إيجابياً بمشروعات تطوير المجرى الملاحي لقناة السويس. ويتضح أهمية الدور الذي تلعبه مشروعات تطوير المجرى الملاحي للقناة في التأثير على حجم إيرادات قناة السويس ومن ثم الاقتصاد القومي.

جدول رقم (1)

القيم المتنبأ بها لإيرادات قناة السويس من ناقلات البترول

السنة	الحد الأعلى	الحد الأدنى	القيم التنبؤية
2018	.053622590710	.0298533284	.0421926061
2019	.056249747222	.0291544228	.0430515378
2020	.058666516259	.0286049620	.0439104695
2021	.060933840571	.0281687431	.0447694013
2022	.063087922945	.0278221780	.0456283330
2023	.065152351502	.0275488823	.0464872647
2024	.067143510606	.0273369268	.0473461965
2025	.069073329613	.0298533284	.0482051282
2026	.053622590710	.0291544228	.0421926061
2027	.056249747222	.0286049620	.0430515378

## النتائج :

أسفرت الدراسة عن عدة نتائج منها :

1. إيجاد قيم دوال العضوية لبيانات المتغيرات وتحليلها.
2. إيرادات قناة السويس المحصلة نتيجة عبور ناقلات البترول تتأثر تأثيراً إيجابياً بمشروعات تطوير المجرى الملاحي لقناة السويس المتمثلة في زيادة طاقتها الاستيعابية حيث توجد
3. علاقة طردية بين حجم الإيرادات المحصلة من ناقلات البترول والاستمرار في تحقيق المزيد من مشروعات تطوير القناة وزيادة طاقتها الاستيعابية.
4. تتأثر إيرادات قناة السويس المحصلة نتيجة عبور ناقلات البترول تأثيراً إيجابياً بإجمالي الحمولات العابرة للقناة من ناقلات البترول وتوجد علاقة طردية بين حجم الإيرادات المحصلة من ناقلات البترول وزيادة أحجام حمولاتها.
5. معنوية معاملات الانحدار في النموذج الفازي الخاص بإيرادات قناة السويس.
6. قابلية المجرى الملاحي لقناة السويس لتحقيق المزيد من التطوير مما يعنى إمكانية مساهمة هذا المرفق الحيوى لكافة العصور ويتضح أهمية الدور الذي تلعبه مشروعات تطوير المجرى الملاحي للقناة في التأثير على حجم إيرادات قناة السويس ومن ثم الاقتصاد القومي.

## 2-6 التوصيات

1. تقترح الدراسة على الباحثين التحليلات الفازية بفرض أن الدوال العضوية ليست مثلثية أو رباعية سواء تماثلت أو غير تماثلت والمقارنة بينها واختيار أكثرها كفاءة.
2. زيادة الاهتمام بدراسة المشروعات المستقبلية لتطوير المجرى الملاحي لقناة السويس سواء لزيادة الطاقة الاستيعابية أو التصريفية للقناة أو كلاهما لما يمثله ذلك من تأثير إيجابي على إيرادات القناة.
3. دراسة إيرادات باقي الأنواع الأخرى من سفن الأسطول العالمي العابرة لقناة السويس والعوامل المؤثرة عليها للتعرف على أهم تلك العوامل مما يساهم في التعرف على أهم العوامل المؤثرة على الإيرادات الإجمالية للقناة ومن ثم العمل على تعظيمها.
4. استمرار الدراسات في مجال إيرادات قناة السويس والتنبؤ بإيرادات باقي الأنواع الأخرى خلاف ناقلات البترول.
5. أهمية توجيه عناية خاصة نحو دراسة وتحليل أحجام حمولات سفن الأسطول العالمي التي لا يمكن لمجرى قناة السويس حالياً من استقبالها بكامل حمولاتها لتحقيق المزيد من تطوير المجرى الملاحي للقناة بما يسمح باستيعابها.
6. تعظيم إيرادات القناة من خلال تعظيم أحجام الحمولات التي تعبر القناة وليس مجرد زيادة فئات رسوم العبور لها.
7. توصي الدراسة متخذى القرار في الاستمرار في مشروعات تطوير المجرى الملاحي لقناة السويس حتى تتمكن من جذب أكبر حجم ممكن من الحركة الملاحية العالمية وبالتالي زيادة إيراداتها.



## المراجع

1. Alessendro G. Di Nuovo et. al (2006). "Fuzzy Decision Making in Embedded System Design". Universita degli studi di Catania, Italy.
2. Ali Reza Afshari, et al., (2014). "Applications of Fuzzy Decision Making For Personnel Selection Problem-A Review"
3. Andrzej Bargiela, et al., (2007). "Multiple regression with fuzzy data"
4. Baoding Liu, (2012). "Membership Functions and Operational law of uncertain sets"
5. Bellman, R. E. and Zadeh, L. A. "Decision-Making in A Fuzzy Environment"
6. Bojadziev, G. & Bojadziev, M. (2007). "Fuzzy Logic for Business Finance and Management", 2nd Edition, World Scientific Publishing Co. pte. Ltd.
7. Buckley, j. J. and Eslami, E. (2002). "An Introduction to Fuzzy Logic and Fuzzy Sets". Physica-Verlag Heidelberg, Germany.
8. Chen-Tung Chen. (2000) "Extensions of the TOPSIS for group decision-making under fuzzy environment"
9. Dom, R. M. (2009). Ph.D. "A Fuzzy Regression Model for the Prediction of Oral Cancer Susceptibility". University of Malaya, Kuala Lumpur.
10. Dubois, D., Prade, H. and Yager, R. R., (1993). "Readings in fuzzy sets for intelligent systems". San Mateo, CA. , Morgan Kaufmann.
11. E. Pasha et al., (2007). "Fuzzy Linear Regression Models with Fuzzy Entropy", Applied Mathematical Sciences, Vol. 1, no. 35,
12. Eero Lehtonen, (2015). "A Study on Decision Making Using Fuzzy Decision tree".
13. Ekel p. YA, (2002). "Fuzzy Sets and Models of Decision Making"
14. Feng, H. (2006). Ph.D. "Bayesian and non-Bayesian contributions to fuzzy regression analysis". York University, Canada.
15. Ganesh, M. (2009). "Introduction to Fuzzy Sets and Fuzzy Logic Prentice-Hall", India.
16. George J. Klir and Bo Yuan (1995). "Fuzzy Sets and Fuzzy Logic Theory and Applications",
17. Gladysz, B. & Kuchta, D. (2009). "Least Squares Method for L-R Fuzzy Variables". WILF, LNAI 5571, Verlag Berlin Heidelberg.
18. Gujarati, D., "Basic Econometrics", (1995). McGraw Hill, New York.
19. Hao-Tien Liu (2007). "An improved fuzzy time series forecasting method using trapezoidal fuzzy numbers".
20. Hsien-Chung, (2003). "Linear Regression Analysis for Fuzzy Input and Output Data Using the Extension Principle"
21. Kai Yao. (2017). "Conditional Uncertain set and conditional membership Function"
22. Kandel, A., (1986). "Fuzzy Mathematics Techniques with Applications", Addison -Wesley Publishing Company, England.
23. Makridakis, S., Wheelwright, S.C. (1983). "Forecasting Methods and Applications", John Wiley & Sons Inc, Canada.
24. Ming-Tao Chou (2017). "An Improved Fuzzy Time Series Theory with Applications in The Shanghai containerized Freight index"
25. Mohammed A. Al-Sulaiman et al. (2014). "Estimation Of Total Dissolved Salts of Irrigation Water Using Adaptive Neuro Fuzzy Inference System"
26. Mosleha, M., Otadi, M. & Abbasbandy, S. (2010). "Evaluation of fuzzy regression models by fuzzy neural network". Software Qual J.
27. Muhammad Ammar Bin shafi, (2015). "Application of Fuzzy Linear Regression Models for predicting tumor size of colorectal cancer in Malaysia's Hospital".
28. Nureize A. and Watada, J., (2010). "A Fuzzy Regression Approach to A Hierarchical Evaluation Model For Oil Palm Fruit Grading" , Springer Science, Business Media, LLC.
29. P. YA. Ekel (2002). "Fuzzy Sets and Models of Decision Making".
30. Pal N. R. and Bezdek J. C. (1995). "On cluster validity for the fuzzy c-means model". IEEE Trans. on Fuzzy Systems.

31. Pedrycz, W. and Gomide, F., (1998). "An introduction to fuzzy sets: analysis and design. Massachusetts Institute of Technology press", Cambridge, MA, U.S.A.
32. Pindyck, R.S., & Rubinfeld, D.L. (1981). "Econometric Models and Economic Forecasts", McGraw-Hill inc.
33. R. Osuna-Gomez et al. (2017). "Different Optimum Notions for Fuzzy Functions and Optimality Conditions associated"
34. Rajaram S. & Vamitha V., (2012). " A Modified Approach on Fuzzy Time Series Forecasting"
35. Rules of Navigation (1992), Suez Canal Authority ,
36. S.Rajaram and V.Vamitha (2012). "A Modified Approach on Fuzzy Time Series Forecasting".
37. Sener, Z. & Karsak, E. E. (2010). "A fuzzy regression and optimization approach for setting target levels in software quality function deployment".
38. Shapiro, A. F., Berry-Stölzle, T.R. & Koissi, M. C. (2009). "The Fuzziness".
39. Souhir Charfeddine, et al., (2014). "Fuzzy linear regression: application to the estimation of air transport demand".
40. Taha, Hamdy A. (1997). "Operations Research", Prentice – Hall, inc.
41. Thompson, M.L, (1978). "Selection of Variables in Multiple Regression", part1.A Review and Evaluation, international Statistical Review, Longmont. Group Limited, Printed in Britain, No46. Transport demand". (2014).
42. Van-Nam Huynh et al. (2007). "Decision Making under Uncertainty with Fuzzy targets"
43. Wagner, H., (1982). "Principles of Operations Research prentice Hall inc., London.
44. Yager, R., S, Ovchinnikov, R. Tong, and H. Nguyen, (1987). "Fuzzy sets and application", selected papers by L.A. Zadeh, New York: John Wiley and Sons.
45. Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy Sets Theory, Information and Control.
46. Zimmermann, H. J. (1991). "Fuzzy Set Theory and its Applications", Allied Publishers, New Delhi.



Neutrosophic Knowledge (NK) is an academic journal, published quarterly online and on paper, that has been created for publishing in all scientific and literary fields. Papers Published in Arabic and English.

ISSN (print): 2767-0619, ISSN (online): 2767-0627

The papers should be professional, in good English and Arabic, containing a brief review of a problem and obtained results. All submissions should be designed in MS Word format using our template file:

<http://fs.unm.edu/NK/>

To submit a paper, mail the file to the Editor-in-Chief. To order printed issues, contact the Editor-in Chief. This journal is non-commercial, academic edition. It is printed from private donations. The neutrosophics website at UNM is:

<http://fs.unm.edu/neutrosophy.htm>

The home page of the journal is accessed on:

<http://fs.unm.edu/NK/>

## Editors in Chief

### **Prof. Dr. A. A. Salama**

Department of Mathematics and Computer  
Science, Faculty of Science,  
Port Said University  
Port Fouad, Port Said 42526, Egypt  
E-mail: ahmed\_salama\_2000@sci.psu.edu.eg

### **Prof. Dr. Florentin Smarandache**

Department of Mathematics and Science  
University of New Mexico  
705 Gurley Avenue  
Gallup, NM 87301, USA  
E-mail: smarans@unm.edu

### **Dr. Ibrahim Yasser**

Electronics and Communications Engineering Department,  
Faculty of Engineering, Mansoura University,  
Mansoura 35516, Egypt,  
E-mail: ibrahim\_yasser@mans.edu.eg.

